

**University of Mosul  
College of Education  
For Pure Science**



**Applications of  $n$  –dimensional Projective  
Space with  $n = 2, 3, 4, 5, 6$  of Orders 2, 3, 5, 17  
in Error-Correcting Codes**

**Harith Muqdad Ahmed Dawad**

**M.Sc. Thesis**

**Mathematics**

**Supervised by**

**Prof.**

**Dr. Nada Yassen Kasm Yahya**

**2025 A.D.**

**1446 A.H.**

## Abstract

The goal of this thesis is to apply projective space  $PG(n, 17)$ ,  $n = 2, 3, 4, 5$  and  $PG(6, q)$ ,  $q = 2, 3, 5$  in coding theory, constructing  $[n, k, d]_q$  codes over the Galois fields  $GF(2)$ ,  $GF(3)$ ,  $GF(5)$  and  $GF(17)$ . The code length  $s$  and dimension  $k$  are computed, followed by determination of the minimum distance  $d$  and error-correcting capability  $e$  from the corresponding incidence matrices to assess whether each construction is optimal. This framework not only unifies finite-geometry techniques across multiple field sizes but also delivers explicit families of linear codes meeting or surpassing known bounds. Consequently, the results furnish ready-to-deploy parameters for practical error-control applications and open avenues for further exploration of algebraic-geometric methods in modern communication systems.

## المستخلص

الهدف من هذه الرسالة هو تطبيق الفضاء الإسقاطي  $PG(n, 17)$  حيث  $n = 2, 3, 4, 5$  و  $PG(6, q)$  حيث  $q = 2, 3, 5$  في نظرية الترميز, لبناء رموز  $[n, k, d]_q$  على حقول كالوا  $GF(2), GF(3), GF(5), GF(17)$ . يتم حساب طول الرمز  $n$  وأبعاده  $k$ , ومن ثم يتم تحديد المسافة الدنيا  $d$  وقدرة تصحيح الخطأ  $e$  انطلاقاً من مصفوفة الوقوع, لتقييم ما اذا كانت البنية المنشأة مثالية أم لا. يوفّر هذا الإطار منهجاً موحداً لتطبيق تقنيات الهندسة المحدودة عبر عدة حقول منتهية, ويقدم عائلات صريحة من الرموز الخطية تحقق أو تتجاوز الحدود المعروفة. ونتيجة لذلك, توفر النتائج معلمات جاهزة للتطبيق في أنظمة التحكم في الأخطاء, وتفتح آفاقاً جديدة لاستكشاف الأساليب الجبرية الهندسية في نظم الاتصالات الحديثة.



جامعة الموصل  
كلية التربية للعلوم الصرفة

تطبيقات الفضاء الاسقاطي ذو  $n$  أبعاد مع  $n = 2, 3, 4, 5, 6$   
ومن الرتب  $2, 3, 5, 17$  في تصحيح أخطاء الرموز

حارث مقداد احمد داؤد

رسالة ماجستير

الرياضيات

بإشراف

الأستاذ

الدكتورة ندى ياسين قاسم يحيى