

UNIVERSITY OF MOSUL
COLLEGE OF COMPUTER SCIENCES
AND MATHEMATICS



*Development of some oscillation criteria for
second and third order linear differential
equations*

Anees Abdullah Fthee Salh

Ph.D./Dissertation

Mathematics/Pure

Supervised by

Assistant Prof. Dr. Thair Younis Thanoon

2021 A.D.

1443 A.H.

Abstract

The subject of oscillation created a wide space for the development of a large number of sciences in various disciplines, and among the sciences that were affected by this concept was mathematics. The theory of oscillation appeared for solutions to differential equations, which in turn contributed to the development of many scientific and practical fields due to the importance of oscillation, which is included in many physical, mechanical and electrical applications...etc.

In this dissertation, our study dealt with the conclusion of some measures of oscillation for solutions of ordinary linear differential equations, where we found three measures of second-order differential equations with variable coefficients, and we relied on the Riccati equation to prove the theorems through which the sufficient and necessary conditions for solutions of these differential equations were achieved to be oscillating. We also found the necessary and sufficient conditions for the fluctuation of the solutions of the ordinary linear differential equations of the third order with variable coefficients after lowering their rank and transforming them into a system of linear equations of the first order, and then we achieved the conditions for the fluctuation of the solutions of those equations.

Finally, our study also touched on applications on the fluctuation of solutions of linear differential equations with fixed coefficients of the second order, where we took some mechanical models and deduced the equations of motion for them in two ways (energy and Lagrange), then we gave the necessary and sufficient conditions for the fluctuation of the solutions of these equations. We used Matlab and Maple software to solve equations and plot their solutions.

المستخلص

أوجد موضوع التذبذب مساحة واسعة لتطوير عدد كبير من العلوم في مختلف الاختصاصات ومن ضمن العلوم التي تأثرت بهذا المفهوم الرياضيات. فظهرت نظرية التذبذب لحلول المعادلات التفاضلية، والتي بدورها ساهمت بتطوير العديد من المجالات العلمية والعملية وذلك لأهمية التذبذب والذي يدخل في العديد من التطبيقات الفيزيائية والميكانيكية والكهربائية... الخ.

في هذه الأطروحة تناولت دراستنا استنتاج بعض مقاييس التذبذب لحلول المعادلات التفاضلية الخطية الاعتيادية، حيث وجدنا ثلاثة مقاييس للمعادلات التفاضلية من الرتبة الثانية ذات المعاملات المتغيرة، واعتمدنا على معادلة ريكاتي في إثبات المبرهنات التي من خلالها تم تحقيق الشروط الكافية والضرورية لتذبذب حلول هذه المعادلات التفاضلية. كما وجدنا الشروط الضرورية والكافية لتذبذب حلول المعادلات التفاضلية الخطية الاعتيادية من الرتبة الثالثة ذات المعاملات المتغيرة بعد خفض رتبتهما وتحويلها إلى نظام معادلات خطية من الرتبة الأولى، ومن ثم حققنا شروط تذبذب حلول تلك المعادلات.

اخيراً تطرقت دراستنا تطبيقات على تذبذب حلول المعادلات التفاضلية الخطية ذات المعاملات الثابتة من الرتبة الثانية، حيث أخذنا بعض النماذج الميكانيكية واستنتجنا معادلات الحركة لها بطريقتين (الطاقة ولاكرانج)، ثم أعطينا الشروط اللازمة والكافية لتذبذب حلول هذه المعادلات. استخدمنا برنامج Matlab وبرنامج Maple في حل المعادلات ورسم حلولها.