

**Ministry of Higher Education and
Scientific Research
University of Mosul
College of Computer Science and
Mathematics
Department of Mathematics**



Solving Systems of Partial Differential Equations by Using Improved Variational Iteration Methods with Genetic Algorithm

**A Thesis Submitted to the Council of the College of
Computer Science and Mathematics
University of Mosul
as a Partial Fulfillment of Requirements
for the Degree of Doctor of Philosophy in
Mathematics / Computational Mathematics**

By

Ali Abdulqader Mustafa Majeed

Supervised by

Assist. Prof. Dr. Waleed Mohammed Fathi Al-Hayani

2023 A.D.

1445 A.H.

Abstract

The variational iteration method (VIM) and modified variational iteration method (MVIM) were used in this thesis to solve non-linear partial differential equations (NLPDEs), including the two-dimensional reaction-diffusion Brusselator (RDB) system, the two-dimensional Burger's equation, the one-dimensional Schrödinger-KdV equation, and the generalized Hirota-Satsuma KdV system.

The MVIM has an auxiliary parameter p that allows one to easily establish and regulate the convergence zone of the solution series, and this method's convergence has been theoretically shown.

The genetic algorithm (GA) was used for developing the results for VIM and MVIM by finding the best value for parameter p and utilizing the residual error (MRE) or mean square error (MSE) as the GA's fitness function.

To demonstrate the effectiveness of the suggested approaches, the numerical results using the VIM, MVIM, VIMGA, and MVIMGA of the specified systems have been shown and compared with exact solutions and different approaches. Additionally, for some iterations, the absolute errors (AEs), MRE, and MSE have been presented.

Furthermore, to illustrate the nature of solutions, 2D and 3D plots were drawn, and it is found the current methods were in good agreement with the exact solutions.

Finally, the results obtained show that the suggested approaches are very accurate, practical, and effective for solving NLPDEs and can be used to solve other equations.



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

حل أنظمة من المعادلات التفاضلية الجزئية باستخدام طرائق التكرار المتغاير المحسنة مع الخوارزمية الجينية

اطروحة مقدمة

الى مجلس كلية علوم الحاسوب والرياضيات في جامعة الموصل
كجزء من متطلبات نيل شهادة دكتوراه فلسفة في
الرياضيات / الرياضيات الحاسوبية

من قبل

علي عبدالقادر مصطفى مجيد

بإشراف

أ.م.د. وليد محمد فتحي الحياني

المستخلص

في هذه الأطروحة تم استخدام طريقة التكرار المتغاير (VIM) وطريقة التكرار المتغاير المعدلة (MVIM) لحل المعادلات التفاضلية الجزئية غير الخطية (NLPDEs)، بما في ذلك نظام Brusselator ثنائي الأبعاد للتفاعل والانتشار (RDB)، معادلة برجر ثنائية الأبعاد، معادلة شرودنجر - KdV أحادية البعد، ونظام هيروتاساتسوما KdV المعممة.

تحتوي طريقة التكرار المتغاير MVIM على معلمة مساعدة p تتيح للباحث إنشاء منطقة التقارب الخاصة بسلسلة الحلول وتنظيمها بسهولة، وقد تم إثبات تقارب هذه الطريقة نظريًا.

تم استخدام الخوارزمية الجينية (GA) لتطوير نتائج كل من VIM و MVIM من خلال إيجاد أفضل قيمة للمعامل p وباعتبار دالة الخطأ المتبقي (MRE) أو دالة متوسط الخطأ التربيعي (MSE) كوظيفة لياقة GA.

ولإثبات فعالية الأساليب المقترحة، تم عرض النتائج العددية باستخدام VIM، MVIM، GMVIM، و GVIM للأنظمة المحددة ومقارنتها بالحلول الدقيقة و ببعض الطرق العددية الأخرى. بالإضافة إلى ذلك، تم تقديم الأخطاء المطلقة (AEs) و MRE و MSE لبعض التكرارات.

علاوة على ذلك، لتوضيح طبيعة الحلول، تم رسم مخططات ثنائية الأبعاد و ثلاثية الأبعاد، ووجدنا أن أساليبنا تتفق جيدًا مع الحلول الدقيقة.

أخيراً، أظهرت النتائج التي تم الحصول عليها أن الأساليب المقترحة دقيقة للغاية وعملية وفعالة لحل NLPDEs ويمكن استخدامها لحل المعادلات الأخرى.