



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

حول الحلقات النقية الملتفة من النمط – 2 مع التطبيقات

رسالة مقدمة

الى مجلس كلية علوم الحاسوب والرياضيات في جامعة الموصل
كجزء من متطلبات نيل شهادة ماجستير علوم في
الرياضيات/ الرياضيات البحتة

من قبل

علي محمد حسن ياسين

بإشراف

أ.د. رائدة داؤد محمود داؤد

م.د. محمد ذنون يونس ذنون

الخلاصة

يقال للعنصر $a \in R$ نقي ملتف إذا كان $a = u + e$ ، حيث أن e عنصر متحايد و u عنصر ملتف، وتسمى الحلقة R نقية ملتفة إذا كان كل عنصر فيها عنصراً نقياً ملتفاً. في هذه الرسالة تم إعطاء تعريف جديد وهو تعميم للعناصر النقية الملتفة وللحلقات النقية الملتفة والذي يعرف ، يقال للعنصر a في الحلقة R نقي ملتف من النمط - 2 ، إذا كان يمثل حاصل جمع عنصرين ملتفين u_1, u_2 وعنصر متحايد e ، بحيث أن $a = u_1 + u_2 + e$. ويقال للحلقة R بانها نقية ملتفة من النمط - 2 ، إذا كان كل عنصر فيها نقي ملتف من النمط - 2 . ويقال للحلقة النقية الملتفة من النمط - 2 ، نقية ملتفة من النمط - 2 بقوة ، إذا كانت u_1, u_2, e عناصر تبديلية مع بعضها ، أعطينا الخواص الأساسية لهذه العناصر والحلقات وعلاقتها مع العناصر النقية الملتفة من النمط - t والحلقات النقية الملتفة في هذه الرسالة.

ومن أبرز النتائج التي حصلنا عليها

- (1) إذا كان $a \in R$ عنصر نقي ملتف من النمط - 2 و $Id(R) = \{0,1\}$ ، عندها إما a أو $1 - a$ عنصر نقي ملتف من النمط - t.
- (2) إذا كان 4 عنصر نقي ملتف من النمط - 2 بقوة في الحلقة R ، فإن $240 = 0$ ، و $\{2, 30, 60, 90, 120, 150, 180, 240\}$ عناصر معدومة القوى.
- (3) إذا كانت R حلقة نقية ملتفة من النمط - 2 بقوة و $2 \in N_2(R)$ ، فإن $J(R)$ مثالي عديم القوى و $N(R) = N_3(R)$.
- (4) إذا كانت R حلقة ثلاثية القوى ، فإن R حلقة نقية ملتفة من النمط - 2 إذا وفقط إذا R حلقة نقية ملتفة من النمط - t.

(5) اذا كانت R حلقة نقيه ملتقة من النمط - 2 بقوة و $2 \in N_2(R)$ ، فإن حلقة نقيه معدومة القوى بقوة.

ومن الأهداف الرئيسة لهذه الرسالة هي دراسة صنف جديد في نظرية البيان يرمز له بـ $Cl_2(R)$ ، يعتمد على الحلقات التي تحوي على عناصر نقيه ملتقة من النمط - 2، قدمنا بعض الأمثلة، وبرهنا أن البيان الناتج يكون متصلاً وقطره لا يزيد عن 2 وخصره لا يتجاوز الثلاثة. كما برهنا أن البيان $Cl_2(Z_{pr})$ هو بيان تام برتبة 8، وأن البيان $Cl_2(Z_{prqm})$ له (64,1536) عندما p, q أعداد أولية أكبر من 2 و m, r اعداد صحيحة موجبة.

كذلك وجدنا البيانات للحلقات Z_n النقيه الملتقة من النمط - 2 عندما $n = 2,3,4,5,6,8,10,12,15,20,24,30,40$ ، و تم حساب متعددي حدود هوسويا و M ، إضافة إلى بعض الأدلة مثل دليل الاتصال الضربي والجمعي والاتصال الهندسي - الحسابي.

**Ministry of Higher Education and
Scientific Research
University of Mosul
College of Computer Science and
Mathematics
Department of Mathematics**



On 2 – Involution Clean Rings with Applications

**A Thesis Submitted to the Council of the College of
Computer Science and Mathematics
University of Mosul
as a Partial Fulfillment of Requirements
for the Degree of Master of Science
in
Mathematics/ Mathematics Pure**

Ali Mohammed Hassan Yasin

Supervised by

Prof. Dr. Raida Dawood Mahmood Dawood

Dr. Mohamed Thanoon Younis Thanoon

2024 A.D.

1446 A.H.

Abstract

An element $a \in R$ is said to be involution clean if $a = u + e$, where $e \in Id(R)$ and $u \in In(R)$. The involution clean ring is ring with all element on it is involution clean element. In this thesis, a new definition was given, it is general than of involution clean and involution t-clean. The element a in R called two involution clean element, If it represents the sum of two involution elements u_1, u_2 and idempotent element e , such that $a = u_1 + u_2 + e$. A 2 – involution clean ring is ring with any element on it is a 2 – involution clean element. A 2 – involution clean ring is strongly 2 – involution clean ring, If u_1, u_2, e are commutative elements with each other. We gave the basic properties of these elements and rings and their relationship with involution – t – clean elements and the involution clean rings.

some of the main results of the present work are as follows:

- 1) If $a \in R$ is 2-invo-clean element with $Idem(R)=\{0,1\}$, Then either a or $1 - a$ is invo-t-clean.
- 2) Let 4 be a 2-invo-clean element in a ring R . Then $240 =$ and the elements $\{30,60,90,120,150,190,210\}$ are nilpotent.
- 3) A strongly 2-invo-clean ring with $2 \in N_2(R)$. Then the Jacobson radical is nil and $N(R) = N_2(R) \cup N_3(R)$.
- 4) Le a tripotent ring R , then the fallowing condition equivalent:
 - i. R is a 2 – involution clean ring .
 - ii. R is an involution-t-clean ring.
- 5) A strongly 2-invo-clean ring R , with $2 \in Nil(R)$. We get R is strongly nil-clean ring.

This thesis aims to investigate a new class in graph theory symbolized by $Cl_2(R)$ that is dependent on 2 – invo clean elements. We give some examples and prove that this graph is continuous, its diameter does not exceed 2, and its girth does not exceed 3. We also proved that the graph $Cl_2(Z_{p^r})$ has $(8,28)$ and that the graph $Cl_2(Z_{p^r q^m})$ has $(64,1536)$ when p, q are prime numbers greater than 2 and m, r are positive integers. We also found graphs for the 2 – invo clean rings Z_n when $n = 2,3,4,5,6,8,10,12,15,20,24,3$ The Hosoya polynomial M was calculated in addition to some indexes, such as the Arithmetic-geometric, sum, and Product connectivity index.