



جامعة الموصل
كلية التربية للعلوم الصرفة

دراسة تأثير إنتقال الحرارة على الجريان المستقر واللامستقر لمائع في وسط مسامي

رشا نزار فضل محمد السنجري

رسالة ماجستير
الرياضيات

بإشراف
الأستاذ

الدكتور علاء عبد الرحيم احمد حمودات

٢٠٢٤ م

١٤٤٦ هـ

دراسة تأثير إنتقال الحرارة على الجريان المستقر
واللامستقر لمائع في وسط مسامي

رسالة تقدمت بها
رشا نزار فضل محمد السنجري

الى مجلس كلية التربية للعلوم الصرفة في جامعة الموصل
وهي جزء من متطلبات شهادة الماجستير
في
الرياضيات

ياشرف
الأستاذ
الدكتور علاء عبد الرحيم احمد حمودات

﴿ بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ ﴾

﴿ وَقُلْ رَبِّ أَدْخِلْنِي مُدْخَلَ صِدْقٍ وَأَخْرِجْنِي
مُخْرَجَ صِدْقٍ وَاجْعَلْ لِي مِنْ لَدُنْكَ سُلْطَانًا
نَّصِيرًا ﴾

[الإسراء : ٨٠]

إقرار المشرف

أشهد أن إعداد هذه الرسالة الموسومة بـ(دراسة تأثير انتقال الحرارة على الجريان المستقر واللامستقر لمائع في وسط مسامي) قد جرى تحت إشرافي في قسم الرياضيات / كلية التربية للعلوم الصرفة في جامعة الموصل، وهي جزء من متطلبات نيل شهادة الماجستير في الرياضيات.

التوقيع:

الاسم: أ. د. علاء عبدالرحيم احمد حمودات

التاريخ:

إقرار المقوم اللغوي

أشهد بأن هذه الرسالة الموسومة بـ(دراسة تأثير انتقال الحرارة على الجريان المستقر واللامستقر لمائع في وسط مسامي) قد تمت مراجعتها من الناحية اللغوية وتصحيح ما ورد فيها من أخطاء لغوية وتعبيرية وبذلك أصبحت الرسالة مؤهلة للمناقشة بقدر تعلق الامر بسلامة الأسلوب وصحة التعبير.

التوقيع:

الاسم: أ.م.د. عبدالغفار عبدالجبار عمر

٢٠٢٤/٥/٢

التاريخ:

إقرار رئيس لجنة الدراسات العليا

بناء على التوصيات التي تقدم بها المشرف والمقوم اللغوي والمقوم العلمي، أُرشح هذه الرسالة

للمناقشة.

التوقيع:

الاسم: أ. د. عامر عبدالاله محمد

التاريخ:

إقرار رئيس قسم الرياضيات

بناء على التوصيات التي تقدم بها المشرف والمقوم اللغوي ورئيس لجنة الدراسات العليا،

أُرشح هذه الرسالة للمناقشة.

التوقيع:

الاسم: أ. م. د. يونس حازم إسماعيل

التاريخ:

قرار لجنة المناقشة

نشهد بأننا أعضاء لجنة التقييم والمناقشة قد أطلعنا على هذه الرسالة وناقشنا الطالبة (رشا نزار فضل محمد السنجري) في محتوياتها وفيما له علاقة بها بتاريخ (٢٠٢٤/٨/٢٧) انها جديرة لنيل شهادة الماجستير في الرياضيات.



الأستاذ المساعد

رقيب حمادي رجب

جامعة الموصل / كلية الهندسة

عضواً



الأستاذ الدكتور

احمد مولود عبدالهادي

جامعة بغداد / كلية العلوم

رئيساً

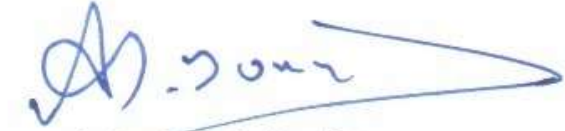


الأستاذ الدكتور

علاء عبدالرحيم احمد

جامعة الموصل / كلية التربية للعلوم الصرفة

عضواً ومشرفاً



الأستاذ المساعد الدكتور

عزام صلاح الدين يونس

جامعة الموصل / كلية التربية للعلوم الصرفة

عضواً

قرار مجلس الكلية

اجتمع مجلس كلية التربية للعلوم الصرفة بجلسته المنعقدة في (/ / ٢٠٢٤) وقرر التوصية بمنحها شهادة الماجستير في الرياضيات.

عميد الكلية

أ.د. قيس إسماعيل إبراهيم

(/ / ٢٠٢٤)

مقرر مجلس الكلية

أ.م.د. ياسر يحيى قاسم

(/ / ٢٠٢٤)

شكر وعرّفان

يا رب لك الحمد كما ينبغي لجلال وجهك وعظيم سلطانك تقدست اسمائك وتعاضمت أفعالك
وتنزهت صفاتك ولا حول ولا قوة إلا بالله أما بعد:

فمن هذا المنطلق فإنني أتقدم بخالص الشكر والعرّفان لأستاذي ومشرفي (أ.د. علاء عبدالرحيم
احمد) لتفضله بإعطائي عنوان الرسالة وقيامه بالإشراف عليها ولما لمستته من خلق وسماحة وتعاون
وإتقان في أداء الملحوظات التي تسد ما يوجد في هذا العمل من ثغرات فجزاه الله عني كل خير.

وأتقدم بشكر خاص إلى جميع الأساتذة الأفاضل في كلية التربية للعلوم الصرفة / قسم
الرياضيات الذين تتلمذنا على أيديهم ونهلنا من مناهل علومهم في دراسة البكالوريوس والماجستير
فجزاهم الله عنا خير الجزاء.

وأتقدم بالشكر أيضاً إلى أعضاء لجنة المناقشة الأكارم لتفضلهم بقبول مناقشة هذه الرسالة وما
بذلوه من جهد في قرأتها وما قدموه من ملاحظات وتوجيهات فجزاهم الله خيراً.

كما لا أنسى أن أقدم شكري واعتزالي لمن وقف إلى جانبي وساندني وقدم لي الدعم طيلة فترة
الدراسة زوجي العزيز (أ.م.د. ياسر محفوظ حامد).

بم الباحثة

المستخلص

في هذا العمل تم مناقشة مسألة إنتقال الحرارة بالحمل والتوصيل والإشعاع لمائع قناة مسامية عبر تسليط مجال مغناطيسي عمودي مستوي القناة، وبالحالتين الزمنية واللازمنية. وتم بناء أنموذج رياضي جديد وهو عبارة عن نظام من معادلات تفاضلية جزئية غير خطية وبالإحداثيات الكارتيزية التي تمثل فيزيائياً مائعاً غير قابل للإنضغاط داخل القناة مربعة الشكل تفصل بينهما مسافة محددة، وتحتوي على جسم صلب عازل في المنتصف. وتم حل هذا النظام باستخدام طريقة الإتجاهات المتعاقبة الصريحة (ADE) (Alternative direction explicit method)، وهي إحدى طرائق الفروقات المنتهية (Finite difference)، وتم إيجاد سلوك درجات الحرارة داخل القناة من خلال معادلة الحرارة، كما تم إيجاد سلوك إنتقال المائع داخل القناة من خلال معادلة الحركة.

تم دراسة تأثير عدد دارسي Darcy number وعدد رايلي Rayleigh number، وعدد برانتل Prandtl parameter وعدد هارتمان Hartmann number، وثابت الإشعاع Radiation parameter، في سلوك إنتقال المائع داخل القناة وفي كلا الحالتين الزمنية واللازمنية. وأخيراً تم إيجاد الحلول العددية للنظام من خلال الأشكال والرسوم البيانية، ومن ثم وضع الإستنتاجات والتوصيات اللازمة لأعمال مستقبلية.

ثبت المحتويات

رقم الصفحة	الموضوع
أ	المستخلص
ب - د	ثبت المحتويات
هـ	ثبت الجداول
هـ	ثبت الأشكال
و - ز	ثبت الرموز
13-1	الفصل الأول: المفاهيم الأولية والتعاريف الأساسية
2	1-1 المقدمة
4	2-1 استعراض مرجعي
6	3-1 التعاريف الأساسية وخواص الموائع
10	4-1 الأبعاد والوحدات
12	5-1 التجانس البعدي
12	6-1 هدف الرسالة
33-14	الفصل الثاني: النموذج الرياضي والمعادلات الأساسية التي تتحكم بالمسألة
15	1-2 المقدمة
15	1-1-2 معادلة الإستمرارية
16	2-2 تعاريف أساسية في المجال الكهروستاتيكي
16	1-2-2 كثافة التيار
16	2-2-2 التوصيل الكهربائي
17	3-2-2 قانون أوم
17	4-2-2 قوة لورنز
17	3-2 الهيدروديناميكية المغناطيسية (MHD)
19	4-2 إنتقال الحرارة
19	5-2 تعاريف أساسية في إنتقال الحرارة

رقم الصفحة	الموضوع
19	1-5-2 الحرارة النوعية للسائل عند ضغط ثابت
20	2-5-2 الموصلية الحرارية
20	3-5-2 الإنتشار الحراري
21	4-5-2 التدفق الحراري
22	5-5-2 السعة الحرارية
23	6-5-2 حرارة جوليان
24	6-2 معادلة الطاقة
24	7-2 النموذج الرياضي للمسألة
25	8-2 فرضيات على المسألة
26	9-2 المعادلات الأساسية البعدية التي تتحكم في النموذج قيد الدراسة وبالحالة الزمنية
26	1-9-2 صيغة معادلة الإستمرارية البعدية
26	2-9-2 صيغة معادلة الحركة البعدية
27	3-9-2 معادلة الطاقة البعدية
28	10-2 المعادلات الأساسية البعدية التي تتحكم في النموذج قيد الدراسة وبالحالة اللازمية
28	1-10-2 صيغة معادلة الحركة البعدية
29	2-10-2 معادلة الطاقة البعدية
30	11-2 الشروط الحدودية البعدية
30	12-2 المعادلات الأساسية اللابعدية التي تتحكم في النموذج قيد الدراسة وبالحالة الزمنية
31	1-12-2 معادلة الإستمرارية اللابعدية
31	2-12-2 معادلة الحركة اللابعدية
32	3-12-2 معادلة الطاقة اللابعدية
32	13-2 المعادلات الأساسية اللابعدية التي تتحكم في النموذج قيد الدراسة وبالحالة اللازمية
32	1-13-2 معادلة الإستمرارية اللابعدية
32	2-13-2 معادلة الحركة اللابعدية
32	3-13-2 معادلة الطاقة اللابعدية
33	14-2 الشروط الحدودية اللابعدية

رقم الصفحة	الموضوع
40-34	الفصل الثالث: الحل العددي للمعادلات الأساسية بالإحداثيات الكارتيزية باستخدام طريقة الاتجاهات الصريحة المتعاقبة ADE
35	1-3 المقدمة
39	1-1-3 حل معادلة الإستمرار اللابعدية
39	2-1-3 حل معادلة الحركة اللابعدية
40	3-1-3 حل معادلة الطاقة اللابعدية
62-41	الفصل الرابع: النتائج والمناقشة
42	1-4 المقدمة
42	2-4 تأثير معلمة الاشعاع Rd على الجريان والطاقة وفي كلا الحالتين الزمنية واللازمنية.
46	3-4 تأثير عدد برانتل Pr في توزيعات السرعة وانتقال الحرارة في الحالتين الزمنية واللازمنية.
50	4-4 تأثير عدد دارسي Da في حقلي السرعة والطاقة وفي كلا الحالتين الزمنية واللازمنية.
54	5-4 تأثير عدد رايلي Ra في جريان المائع وانتقال الحرارة وفي الحالتين الزمنية واللازمنية.
58	6-4 تأثير عدد هارتمان M في السرعة والطاقة وفي كلا الحالتين الزمنية واللازمنية.
62	7-4 الاستنتاجات
62	8-4 التوصيات
66-63	المصادر
63	المصادر العربية
63	المصادر الأجنبية
A	Abstract

ثبت الجداول

رقم الصفحة	الجدول
11	جدول (1-1) الأبعاد الرئيسية ووحداتها

ثبت الأشكال

رقم الصفحة	الشكل
25	الشكل (1-2): عرض تخطيطي للانموذج
37	الشكل (1-3): النقاط العقدية المستخدمة في الحل العددي
42-43	الشكل (1-4): سلوك السرعة ودرجات الحرارة داخل القناة في الإحداثيات الكارتيزية وبالحالة الزمنية ولقيم مختلفة لمعلمة الإشعاع Rd
44-45	الشكل (2-4) سلوك السرعة ودرجات الحرارة لمعلمة الإشعاع داخل القناة في الإحداثيات الكارتيزية، وبالحالة اللازمية
46-47	الشكل (3-4) تأثير عدد برانتل في حقل السرعة وحقل درجات الحرارة داخل القناة، وبالحالة الزمنية
48-49	الشكل (4-4) تأثير عدد برانتل في حقل السرعة وحقل درجات الحرارة داخل القناة، وبالحالة اللازمية
50-51	الشكل (5-4) تأثير عدد دارسي في حقل السرعة وحقل درجات الحرارة داخل القناة، في الحالة الزمنية
52-53	الشكل (6-4) تأثير عدد دارسي في حقل السرعة وحقل درجات الحرارة داخل القناة، وبالحالة اللازمية
54-55	الشكل (7-4) تأثير عدد رايلي في حقل السرعة وحقل درجات الحرارة داخل القناة، وبالحالة الزمنية
56-57	الشكل (8-4) تأثير عدد رايلي في حقل السرعة وحقل درجات الحرارة داخل القناة، وبالحالة اللازمية
58-59	الشكل (9-4) تأثير عدد هارتمان في حقل السرعة وحقل درجات الحرارة داخل القناة، وبالحالة الزمنية
60-61	الشكل (10-4) تأثير عدد هارتمان في حقل السرعة وحقل درجات الحرارة داخل القناة، وبالحالة اللازمية

ثبت الرموز

الرمز	المصطلحات باللغة الانكليزية	المصطلحات باللغة العربية
α	Thermal Diffusion	الانتشار الحراري
q	Heat Flux	التدفق الحراري
φ	Viscous Dispersion	التشتت اللزج
$\frac{J_z^2}{\sigma}$	Ohmic Dispersion	التشتت أومك
g	Vertical Acceleration	التعجيل العمودي
σ	Electrical Conductivity	التوصيل الكهربائي
σ^*	Stefan-Boltzmann Constant	ثابت ستيفان-بولتزمان
C_p	Specific Heat at Constant Pressure	الحرارة النوعية بثبوت الضغط
ψ	Stream Function	دالة الجريان
T	Temperature	درجة الحرارة
θ	Dimensionless Temperature	درجة الحرارة اللابعدي
T_h	Hot Wall Temperature	درجة حرارة الجدار الحار
T_c	Cold Wall Temperature	درجة حرارة الجدار البارد
w	Dimensional Vorticity	الدرورية البعدية
Ω	Dimensionless Vorticity	الدرورية اللابعدي
t^*	Dimensional Time	الزمن البعدي
t	Dimensionless Time	الزمن اللابعدي
C	Heat Capacity	السعة الحرارية
P	Pressure	الضغط
∇^2	Laplacian	لابلاسيان
Pr	Prandtl Number	عدد برانتل
B_o	Boltzmann Number	عدد بولتزمان
Da	Darcy Number	عدد دارسي
Ra	Rayleigh Number	عدد رايلي
M	Hartmann Number	عدد هارتمان
ΔT	The Temperature Difference Inside the Channel	الفرق في درجة الحرارة داخل القناة
J^*	Ohm's Law	قانون اوم

الرمز	المصطلحات باللغة الإنكليزية	المصطلحات باللغة العربية
F	Force	القوة
\mathcal{F}	Lorentz Power	قوة لورنز
m	Mass	الكتلة
ρ	Density	الكثافة
J	Current Density	كثافة التيار
μ	Dynamic Viscosity	اللزوجة الديناميكية
$\nu = \frac{\mu}{\rho}$	Kinematic Fluid Viscosity	اللزوجة الكينماتيكية للمائع
\vec{V}	Velocity Vector	متجه السرعة
\vec{q}	Radiation Flux Vector	متجه الفيض الإشعاعي
\vec{B}	Magnetic Field Vector	متجه المجال المغناطيسي
\vec{E}	Electrostatic Field	المجال الكهروستاتيكي
x	Horizontal Axis of Cartesian Coordinates	المحور الأفقي للإحداثيات الكارتيزية
y	Vertical Axis of Cartesian Coordinates	المحور العمودي للإحداثيات الكارتيزية
u	Horizontal Velocity Component	مركبة السرعة الأفقية البعدية
U	Dimensionless Horizontal Velocity Component	مركبة السرعة الأفقية اللابعدية
v	Vertical Velocity Component	مركبة السرعة العمودية البعدية
V	Dimensionless Vertical Velocity Component	مركبة السرعة العمودية اللابعدية
d	The Distance Between the Two Walls	المسافة بين الجدارين
k^*	Coefficient Of Thermal Conductivity	معامل التوصيل الحراري
Q	Heat Transfer Rate	معدل إنتقال الحرارة
Rd	Radiation Parameter	معلمة الإشعاع
K	Thermal Conductivity	الموصلية الحرارية
k	Permeability of the Medium	نفاذية الوسط
I	Current	التيار
R	Conductor resistance	مقاومة الموصل
A	Area	المساحة
τ	shearing stress	جهد القص
L	Length	الطول
ADE	Alternative Direction Explicit	الاتجاهات الصريحة المتعاقبة

الفصل الأول
المفاهيم الأولية والتعاريف الأساسية

Chapter One
Elementary Concepts
and Basic Definitions

الفصل الأول

المفاهيم الأولية والتعاريف الأساسية

Elementary Concepts and Basic Definitions

في هذا الفصل سنقدم بعض المفاهيم الأولية والتعاريف الأساسية التي سيتم التطرق اليها في عملنا الحالي، فضلاً عن نبذة تاريخية عن المساهمات المهمة فيما يخص فهم تطوير ميكانيكا الموائع.

1-1 المقدمة:

إن علم الموائع هو علم يهتم بدراسة الموائع في حالتها السكون والحركة، وذلك في حالة المجاري المفتوحة والمغلقة، وجريان الموائع في داخل الارض. إذ يهتم بتطبيقات ذلك على الخزانات والقناطر ومحطات توليد الكهرباء وشبكات المياه وشبكات أنابيب نقل النفط. وكذلك يهتم هذا العلم بدراسة الموائع المثالية أي غير القابلة للإنضغاط وليست لها لزوجة. ويهتم ايضا بالموائع الحقيقية أي التي لها لزوجة وإنضغاطية (أحمد وآخرون، 2001).

يرجع تاريخ ميكانيكا الموائع إلى حقب بعيدة عبر العصور الحضارية المختلفة التي ساعدت في تنمية إمداد الماء ونظم الري وتصميم السفن والبواخر وإنشاء السدود والقناطر، وتشير الرسومات القديمة إلى إنبثاق ميكانيكا الموائع الحديثة عبر أرخميدس (287 إلى 212 ق.م.) الإغريقي لقواعد السكون المائي والطفو، وسكتوس جوليس (Sextus Julius) (103 إلى 40 ق.م.) لإمداد الماء، ثم إنبثاق فجر علوم ميكانيكا الموائع مع ليوناردو دافنشي (1452 - 1519م) لظاهرة تدفق الموائع، ثم كان لأعمال جاليليو جاليلي (1564 - 1642م) فضل كبير في تجارب الميكانيكا، وبعدها ظهرت الأعمال الجليلية وإثراء المعرفة من علماء مثل اسحق نيوتن (1327-1642م)

وبلايس باسكال (1623 إلى 1662م) ودانيال برنوبي (الى 1798م) وليوناردو اويلر (1707 -
1783م) وجين لوروند (1717 - 1783م) ودي ألمبرت وانتوني جيزي (1700 - 1798م)
وجيوفاني باتستا فنتشوري (1746 - 1822م) ولويس ماري هنري نافير (1785 - 1836م)
وجين (1718م) لويس بوازيلي (1799 - 1869م) وهنري فليبرت جاسبارد دارسي (1803 -
1858م) وجوليس ويسباش (1806 - 1879م) ووليام فرود (1810 - 1879م) وروبرت ماننج
(1816 - 1897م) وجورج جابريل استون (1819 - 1871م) واسبورن رينولدز (1842 -
1912 م) ومورنتز ويبر (1871 - 1951 م) ولويس فيري مودي (1880 - 1903م). ومن
ثم أخذ مسار ميكانيكا الموائع مسار الديناميكا المائية (Hydrodynamics 1953) للمسار
النظري والرياضي للموائع المثالية دون احتكاك، ومسار الهيدروليكا للمسار التطبيقي والعملية
للموائع الحقيقية والذي قام بموالمفته ليدوق براندتل الألماني (Ludwing Prandtl) بإدخاله مفهوم
الطبقة الحدية في ميكانيكا الموائع (fluid boundary layer) ومن بعد تطورت العلوم للديناميكا
الهوائية والإنسياب السطحي (aerodynamics) (أحمد وآخرون، 2001).

يقصد بالموائع السوائل والغازات؛ ويتميز السائل عن الجسم الصلب بأنّ السوائل دائماً تأخذ شكل
الوعاء الذي تضع فيه، بينما الغازات تأخذ شكل الوعاء الذي توضع فيه وحجمه. وعند ظروف
معينة قد يحتاج للتمييز الدقيق بين الأجسام الصلبة والسوائل والغازات إذ يوجد سوائل لزجة جداً،
مثل القار، لا تسيل بسهولة ويظن الشخص أنها أجسام صلبة. فالخاصية الأساسية التي يتميز بها
السائل على الجسم الصلب ان السائل مهما بلغت لزوجه يسيل ولو بمعدل صغير جداً. وحيثما
اثررت قوى خارجية على جسم صلب فإن الإجهادات المماسية الناشئة في الجزئيات المتجاورة تسعى
لإعادة الجسم الصلب إلى وضعه الابتدائي؛ أما في السوائل فإن هذه الإجهادات تتناسب مع سرعة
التغير في شكل السائل وتضعف هذه الإجهادات وتتلاشى عند إقتراب سرعة التغير من الصفر لهذا

لا يعود السائل إلى وضعه الابتدائي. ويمكن التمييز بين الغازات والسوائل: إذ أنّ الغازات لا يمكن ان توجد في حالة اتزان إلا اذا وضعت في إناء محكم الإغلاق، وتكون قابلة للضغط، وتتمدد تمديداً كبيراً عند ازالة هذا الضغط؛ أما السوائل فإن قابليتها للإنضغاط ضعيفة جداً (العمري، 2014).

1-2 استعراض مرجعي:

أجريت دراسات عديدة حول موضوع إنتقال الحرارة داخل القنوات والتجاويف وبأنواع مختلفة وتم التوصل إلى نتائج كان من شأنها تطوير النماذج قيد الدراسة لتعطي نتائج أفضل، وسيتم استعراض عدد من الأعمال السابقة في هذا المجال.

قام الباحثون (Mansour et.al., 2010) بدراسة عددية لتأثير المجال الهيد ومغناطيسي غير المستقر على الحمل الطبيعي في حيز مربع مسامي مملوء بسائل مشبع ووجود حرارة تولده وتحت تأثير مجال مغناطيسي متجانس ومائل بنفس الزاوية مع الحيز وبينت الدراسة تأثير عدد هارتمان، وعدد راييلي وزاوية الميلان للحيز وعامل الزمن اللابيدي على خصائص الجريان وإنتقال الحرارة مثل خطوط الانسياب وخطوط درجات الحرارة ومتوسط عدد نسلت.

قام الباحث ورفاقه (Saleh et.al., 2012) بدراسة تأثير المجال المغناطيسي على الحمل الحراري المستقر في حيز شبه منحرف مسامي مملوء بمائع مشبع. ووجدوا ان النقصان الامثل لمعدل الحرارة المنتقلة تم الحصول عليها في الحيز شبه المنحرف الحاد ومجال مغناطيسي كبير في الإتجاه الأفقي.

درس الباحث (Ismaeel, 2012) عددياً تأثير المجال المغناطيسي غير المستقر على الحمل الطبيعي في حيز مربع مملوء بوسط سامي مشبع ووجود حرارة متولدة متجانسة، وقد قسم الحيز إلى قسمين لإحداث حيز داخلي مهوى وبين تأثير تقسيم الحيز مع المجال المغناطيسي العمودي على إخماد الجريان وإنتقال الحرارة.

أجرى الباحثان (Abbas .S.H. and Hadi M., 2014) دراسة عددية لعملية إنتقال الحرارة بالحمل الطبيعي في حيز مسامي مربع مع تسخين زاوي ومجال مغناطيسي وبيننا ان الزيادة في عدد هارتمان تؤدي إلى تناقص معدل عدد نسلت في حين أن الزيادة في عدد رايلي المطور يؤدي إلى زيادة عدد معلمة نسلت، في حين أن زيادة طول منطقة التسخين اللابعدية بالإتجاهين تؤدي إلى زيادة معلمة عدد نسلت، بينما النقصان المثالي لمعدل إنتقال الحرارة يكون عند اكبر مجال مغناطيسي وبالإتجاه الأفقي.

قدّم (Ghosh, S., and Swati, M. 2017) تأثير إنتقال الكتلة واللزوجة المبددة ومعلمة الإمتصاص على جريان مائع لزج مستقر ثنائي الأبعاد بين صفيحتين متوازيتين وبوجود الإشعاع الحراري ووجدا بان السرعة ودرجة الحرارة والتركيز تنخفض بزيادة معلمة الإمتصاص وعدد رينولدز فضلا عن العلاقة بين مختلف الكميات الفيزيائية

درس (Hammodat A.A. and Almishlih Z.A. 2020) مسألة إنتقال الحرارة بالحمل الحراري الطبيعي لمائع يجري في إنبوب تتكون جدرانه من مادة مسامية ووجدا تأثير كل من عدد برانتل وعدد شميدت وعدد كراشوف ومعلمة الإشعاع على إنتقال الحرارة وحقلي السرعة والتركيز . ناقش (Hamodat A. et al, 2021) تدفق السوائل في قناة مسامية أفقية تحت تأثير مجال كهرومغناطيسي مسلط عمودياً على مستوى القناة.

قام (Al-Khafajy D. and Noor,A, 2022) بحساب تأثير الجدار المرن لقناة مجوفة لسائل جيفري عبّر التدفق التمعجي عبر إسطوانتين متحدتي المركز، بينما ناقش (Algwauish Gh. et al, 2023) تأثير إنتقال الكتلة وإنتقال الحرارة بالحمل الحراري المختلط لمائع في قناة أفقية تتكون جدرانها من مادة مسامية.

الهدف من هذه الدراسة هو دراسة تأثير انتقال الحرارة بالحمل الحراري الطبيعي والاشعاع الحراري على تدفق المائع في مقطع عمودي من تجويف مربع الشكل يحوي على جسم عازل في منتصفه وتحت تأثير مجال مغناطيسي عمودي على مستوى التجويف.

1-3 التعاريف الأساسية وخواص الموائع

يحتوي هذا القسم على بعض التعاريف الأساسية المتعلقة بميكانيك الموائع.

1-3-1 ميكانيك الموائع Fluid Mechanics:

هو فرع من فروع الفيزياء يدرس سلوك الموائع، أي المواد التي تتدفق وتأخذ شكل الوعاء الذي توضع فيه. ومن وجهة نظر رياضياتية، يُعرّف ميكانيك الموائع على أنه دراسة حركة الموائع باستخدام المعادلات والنماذج الرياضية.

ويتضمن ميكانيك الموائع استخدام العديد من النماذج الرياضية والمعادلات التي تصف حركة وتدفق السوائل، مثل معادلات نافير-ستوكس لتدفق السائل، ومعادلة ايلير للتدفق الغازي. تستخدم هذه المعادلات والنماذج لحل مجموعة متنوعة من المشاكل الهندسية والفيزيائية، مثل تدفق السوائل في الأنابيب، وتأثير الرياح على هياكل الطائرات، وحركة السوائل في البيئة الطبيعية، والعديد من التطبيقات الأخرى (صديق، 2006):

1- المائع Fluid: هو عبارة عن مادة قابلة للتدفق، لا يتغير شكلها عند تغيير الضغط عليها،

وتأخذ شكل الوعاء الذي توضع فيه، ومن الناحية الفيزيائية، يُعرّف المائع على أنه مادة لا

تتمتع بقوة قص (Shear Stress) ثابتة، أي أن قوتها تعتمد على سرعة تدفقها

(Al-Kamil, 2021).

2- الكثافة Density: وتعرف بانها كتلة وحدة الحجم ويرمز لها بالرمز ρ وحدتها kg/m^3

وأبعادها ML^{-3} (Al-Kamil, 2021).

3- الضغط Pressure: هو القوة المسلطة على وحدة المساحة، ويرمز له بالرمز P ووحدته

هي N/m^2 أو باسكال وأبعاده $\text{ML}^{-1}\text{T}^{-2}$ (Al-Kamil, 2021):

$$P = \frac{F}{A}$$

إذ أن F القوة ووحدتها نيوتن N ، وأن A المساحة ووحدتها متر مربع m^2 .

4- المائع النيوتوني **Newtonian Fluid**: هو المائع الذي تتناسب فيه اللزوجة مع جهد القص بشكل طردي وبعبارة أخرى، كلما زاد جهد القص، زادت اللزوجة، والعكس صحيح (Lighthill, 2001).

5- المائع اللانيوتوني **Non-Newtonian Fluid**: هو مائع لا تتناسب فيه اللزوجة مع معدل القص بشكل خطي وبعبارة أخرى، تتغير لزوجة المائع اللانيوتوني مع تغير سرعة تدفقه (Lighthill, 2001).

6- دالة الجريان **Stream Function**: هي دالة رياضية تُستخدم لوصف تدفق المائع في مجال ثنائي الأبعاد وتُعطي قيمة دالة الجريان في نقطة معينة كمية المائع التي تتدفق عبر خط مغلق يحيط بهذه النقطة (Lighthill, 2001).

7- خط الجريان **Streamline**: هو مسار إفتراضي تتبعه جسيمات السائل في تدفق ثابت. ويُمكن تعريف خط الجريان رياضياً على أنه منحنى في مجال التدفق إذ تكون سرعة السائل في كل نقطة على المنحنى مماساً للمنحنى نفسه، ويعبر عنه رياضياً بالشكل: (Lighthill, 2001).

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, v = \frac{-\partial \psi}{\partial x}$$

8- اللزوجة الديناميكية (أو اللزوجة المطلقة) **Dynamic Viscosity**: هي قياس مقاومة المائع للتدفق، وبمعنى آخر هي القوة المطلوبة لتحريك طبقة واحدة من السائل نسبة إلى طبقة أخرى، عندما يكون هناك فرق سرعة محدد بين الطبقتين، فكلما زادت لزوجة السائل،

زادت صعوبة صبه أو سحبه، وتكون معادلة اللزوجة الديناميكية، ويعبر عنها رياضياً بالشكل
(Al-Kamil, 2021):

$$\mu = \frac{\tau}{\left(\frac{du}{dy}\right)}$$

إذ أن:

- μ : هي اللزوجة الديناميكية
- du : السرعة النسبية بين الطبقتين
- τ : هي إجهاد القص
- dy : المسافة بين الطبقتين العمودية لاتجاه الجريان
- du/dy : هو انحدار السرعة

9- اللزوجة الكينماتيكية (أو اللزوجة المحددة) **Kinematic Viscosity**: هي نسبة اللزوجة

الديناميكية μ إلى كثافة المائع ρ ويرمز لها بالحرف ν وأبعادها L^2I^{-1} وحدتها $\frac{m^2}{s}$ ومن

الجدير بالذكر ان ارتفاع مقدار اللزوجة الكينماتيكية للغاز نسبة إلى السائل بسبب إنخفاض

كثافته ويتغير مقدار اللزوجة الكينماتيكية للغازات بتغير الضغط لأن الأخير يؤثر على مقدار

الكثافة، ويعبر عنها رياضياً بالشكل (Al-Kamil, 2021):

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

إذ أن:

ν : اللزوجة الكينماتيكية Kinematic Viscosity (بوحددة متر مربع/ثانية)

μ : اللزوجة الديناميكية Dynamic Viscosity (بوحددة باسكال ثانية) وأبعادها

$$ML^{-1}T^{-1}$$

ρ : كثافة المائع Fluid Density (بوحددة كيلوجرام/متر مكعب)

10- الدُردورية **Vorticity**: هي عملية دوران جسيمات المائع داخل منطقة ما حول محور

معين وتعرف بالجريان الدوراني (Rotational Flow) أو هي عملية الجريان الدُردوري

(Vortex Flow) (Khare, 1989)، أي ان :

$$w = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$$

11- عدد برانتل **Prandtl Number**: هو النسبة اللابعدية بين إنتشار الزخم (اللزوجة الحركية)

ν والإنتشار الحراري α وله دور كبير ومهم في إنتقال الحرارة بواسطة الحمل الحراري، أي

أَنْ (Hughes and Brighton, 1967):

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu C_p}{k^*}$$

12- عدد هارتمان **Hartmann Number**: هو النسبة اللابعدية بين القوة الكهرومغناطيسية

إلى قوة اللزوجة، وعرفه لأول مرة العالم هارتمان وسمي باسمه (Logan, 2013):

$$M = B_o d \sqrt{\frac{\sigma}{\mu}}$$

إذ أَنْ B_o عدد بولتزمان، d المسافة بين الجدارين، σ التوصيل الكهربائي، μ اللزوجة.

13- عدد دارسي **Darcy Number**: هو عدد لا بُعدي يُستخدم في ديناميكيات الموائع عبر

الوسائط المسامية، ويُمثل هذا العدد التأثير النسبي لنفاذية الوسط مقابل مساحته المقطعية.

الصيغة العامة لحساب عدد دارسي (Al-Kamil, 2021):

$$Da = \frac{k}{d^2}$$

إذ أَنْ k تمثل نفاذية الوسط (متر مربع/ثانية)

d تمثل الطول (متر)

14- عدد رايلي (Rayleigh number) هو عدد لا بُعدي يستخدم في ديناميكا الموائع، وخاصة في دراسة انتقال الحرارة بالحمل في السوائل. يُعبّر عدد رايلي عن نسبة القوة الدافعة للحمل الحراري (بسبب الفروق في الكثافة الناتجة عن التغير في درجة الحرارة) إلى القوى المقاومة للحركة مثل اللزوجة وانتقال الحرارة بالتوصيل. يتم تعريفه بالمعادلة التالية (Al-Kamil, 2021):

-15

$$Ra = \frac{g\beta(T_h - T_c)L^3}{\nu\alpha}$$

حيث:

- g : تسارع الجاذبية.
- β : معامل التمدد الحراري.
- $T_h - T_c$: فرق درجات الحرارة بين السطحين الحار والبارد.
- L : الطول النموذجي للمجال.
- ν : اللزوجة الكينماتيكية للسائل.
- α : معامل الانتشار الحراري.

4-1 الأبعاد والوحدات :Dimensions and Units

يحدد البعد بشكل وصفي الوجود الفيزيائي للمادة الذي يمكن أن تقاس أو تلاحظ، أما الوحدة فإنها تحدد قيمه هذا البعد عددياً ومن الضروري لكي نصل إلى اجوبه صحيحة في المسائل الحسابية المتعلقة بالثرمودانيمك وأن نفرق بين وحدات القوة والكتلة والوزن لذا فإن ادراك الفرق يمكن من الحسابات العددية بأكثر من أسلوب، فيُعدّ قياس الكميات الفيزيائية أحد الأمور المهمة في دراسة ميكانيكا الموائع، سواء من وجهة نظر تحليلية أو من وجهة نظر عملية، يمكن تقسيم هذه الكميات

الفيزيائية المختلفة التي يستخدمها المهندسون والعلماء لوصف الظواهر الطبيعية إلى نوعين
(Cengel and Cimbala, 2013):

- الأول يسمى الأساسية أو الأولية، وهي مستقلة عن بعضها البعض. مثل الكتلة والطول والزمن ودرجة الحرارة ممثلة بالأحرف θ, L, T, M على التوالي.
- أما الكميات الأخرى مثل المساحة والحجم والسرعة والتعجيل فتسمى بالكميات الثانوية لأنه يمكن التعبير عن الكميات الفيزيائية بدلالة الكميات الأولية والتي تكون مشتقة من الوحدات الأساسية وهذا ما يسمى بالبعد Dimension، وفيما يأتي جدول بالأبعاد الرئيسية ووحدات قياسها.

جدول (1-1) الأبعاد الرئيسية ووحداتها

ت	المتغير	البعد	وحدة القياس
1.	القوة	F	N, KN, lb
2.	الكتلة	m	gm, Kg
3.	الزمن	T	Sec, min, hr.
4.	الطول	L	mm, cm, m, ft
5.	درجة الحرارة	θ	C°, f°, K

يمكن وصف غالبية مزايا وأشكال وخواص الموائع باستخدام نظام $L.T.F$ أو $M.L.T$ ويمكن تحويل الأبعاد من أحدهما إلى الأخر بواسطة قانون نيوتن الثاني الذي ينص على أنه يتناسب التغير في الحركة مع القوة المؤثرة ويكون باتجاه القوة المؤثرة كما وتقسم الوحدات على ثلاثة أنواع:

(1) الوحدات بالنظام الإنكليزي: يعبر عن الكتلة بوحدة slug والقوة F بالباوند pound

والطول L بالقدم ft والزمن t بالثانية sec .

(2) الوحدات بالنظام المتري: يعبر عن الكتلة m بالغرام Gram والقوة F بالداين Dyne والطول

L باستخدام centimeter والزمن t بالثانية sec.

(3) الوحدات بالنظام الدولي SI يعبر عن الكتلة m بالكيلو غرام Kg والقوة F بالنيوتن N والطول L بالمتر m والزمن t بالثانية sec .

5-1 التجانس البعدي: Dimensional Homogeneity

ينص قانون فوربييه في التجانس البعدي على أن أية معادلة تعبر عن ظاهرة فيزيائية لجريان المائع يجب أن تكون صحيحة ومتجانسة من الناحية الجبرية وتسمى معادلة متجانسة من الناحية البعدية، إذا كانت أبعاد المعاملات في الطرف الأيمن من المعادلة الأبعاد نفسها للمعاملات على هي طرفها الأيسر، ومن أهم طرائق التحليل اللابعدي هي (الطحان، 1990):

- 1) طريقة رالي (Rayleigh's method).
- 2) طريقة π باكنجهام (Buckingham's method).
- 3) طريقة برجمان (Bridgman's method).
- 4) طريقة المسألة الممتدة (Matrix tensor method).
- 5) طريقة المعاينة البصرية (By visual inspection of variables involved).
- 6) طريقة اعادة ترتيب المعادلة التفاضلية (Rearrangement of differential).

6-1 هدف الرسالة Thesis Objective:

الهدف هذه الرسالة هو دراسة جريان المائع وانتقال الحرارة بالحمل والتوصيل والإشعاع داخل قناة تحتوي داخلها على جسم عازل في المنتصف، كذلك معرفة كيفية توزيع درجات الحرارة وطبيعة جريان المائع وكيفية تأثير المجال المغناطيسي على الجريان بعد تأثيره على المائع. وبعد أن حددنا نوع المسألة التي سنقوم بدراسةها، سنضع خطوات عمل والتي يمكن تلخيصها بالآتي:

- 1) وضع نموذج رياضي يصف توزيع درجات الحرارة داخل القناة وسلوك جريان المائع وإظهار تأثير المجال المغناطيسي على الجريان بعد تسليط عليه.

- (2) بناء نموذج رياضي يصف المسألة قيد الدراسة وبالحالتين الزمنية واللازمنية من خلال وضع المعادلات الرياضية والشروط الحدودية المناسبة للمسألة.
- (3) استخدام طريقة عددية مناسبة لحل المسألة من خلال كتابة برنامج حاسوبي بنظام Matlab، مناسب للمسألة وبالتالي الحصول على القيم التقريبية التي تمثل الحل العددي للمسألة وبأقل خطأ ممكن والذي يمثل توزيع درجات الحرارة وسلوك إنتقال المائع داخل القناة.
- (4) تحليل البيانات التي تم الحصول عليها من الحل العددي للمسألة من خلال الأشكال والرسوم البيانية ومن ثم وضع الإستنتاجات.
- (5) وضع الإقتراحات للأعمال المستقبلية من النتائج والبيانات التي تم الحصول عليها من الحل العددي وذلك لتطوير النموذج مستقبلاً.

الفصل الثاني

النموذج الرياضي والمعادلات الأساسية

التي تتحكم بالمسألة

Chapter Two

The Mathematical Model and Basic Equations

That Control the Problem

الفصل الثاني

النموذج الرياضي والمعادلات الأساسية التي تتحكم بالمسألة

1-2 المقدمة Introduction

قبل ذكر النموذج قيد الدراسة، والمعادلات الأساسية التي تمثل هذا النموذج، يوجد لدينا بعض المعادلات المهمة التي تمكنا من التنبؤ بسلوك المائع أو تصف الحركة الكاملة للمائع، نوردها فيما يأتي:

1-1-2 معادلة الإستمرارية :Continuity Equation

هذه المعادلة مشتقة من المبدأ العام لحفظ الكتلة، والذي ينص على (الكتلة الموجودة داخل مجموعة ما تبقى ثابتة مع الزمن)، والصورة التفاضلية لمعادلة الإستمرارية في دراسة الجريان (Hughes and Brighton, 1967) هي:

$$\frac{\partial m}{\partial t} = 0 \quad \dots (2.1).$$

ومعادلة الإستمرارية التي يكون فيها الجريان إنضغاطياً (Compressible) وغير ثابت (Unsteady) هي:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad \dots (2.2)$$

أو

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad \dots (2.3)$$

إذ أن: m الكتلة، t الزمن، و $\text{div} = \frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j + \frac{\partial}{\partial z} k$ يمثل الإنحدار.

وفي الحالة الثابتة (Steady) تكون:

$$\text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad \dots (2.4)$$

وفي حالة المائع غير قابل للانضغاط (Incompressible) تصبح:

$$\text{div}(\vec{V}) = 0 \quad \dots (2.5)$$

إذ أن $\vec{V} = u_i + v_j$ متجه السرعة، وأن u ، v مركبات السرعة بإتجاه x ، y ، على

التوالي ρ الكثافة (Density).

2-2-2 تعريف أساسية في المجال الكهروستاتيكي

Basic Definitions in the Electrostatic Field

في هذا البند نستعرض بعض التعاريف الأساسية في المجال الكهروستاتيكي :

2-2-2-1 كثافة التيار Current Density : (Castellanos, 2014)

كمية متجهة مركبتها العمودية على سطح وسط ما تساوي عدد الجسيمات التي تعبر وحدة المساحة في الثانية ويمكن أن تكون هذه الجسيمات الكترونات كما في حالة التيار الكهربائي أو جسيمات مشحونة (نووية أو ذرية) أو جزيئات مائع ويرمز له بالرمز J .

2-2-2-2 التوصيل الكهربائي Electrical Conductivity : (Castellanos, 2014)

ويرمز له بالرمز σ وهي نسبة كثافة التيار J إلى حقل المجال الكهروستاتيكي \vec{E} أي ان:

$$\sigma = \frac{J}{\vec{E}} \quad \dots (2.6)$$

3-2-2 قانون أوم Ohm's Law : (Castellanos, 2014)

يصف هذا القانون تيار التوصيل ويعطى بالعلاقة:

$$J^* = \sigma(\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}) \quad \dots (2.7)$$

إذ أن:

σ : تمثل التوصيل الكهربائي electric conductivity

\vec{E} : المجال الكهروستاتيكي field Electrostatic

\vec{V} : متجه السرعة vector Velocity

\vec{B} : حقل المجال المغناطيسي Magnetic field

3-2-2 قوة لورنتز Lorentz Force : (Castellanos, 2014)

ويرمز له بالرمز F وهي عبارة عن شحنة q^* تتحرك في مجال مغناطيسي \vec{B} بسرعة \vec{V}

وتعطي بالشكل الآتي:

$$F = q^* \vec{V} \times \vec{B} \quad \dots (2.8)$$

وإذا كان $J = q^* \vec{V}$ فإن:

$$F = \vec{J} \times \vec{B} \quad \dots (2.9)$$

3-2-2 الهيدروديناميكية المغناطيسية (MHD) Magneto-Hydrodynamics :

علم الهيدروديناميكية المغناطيسية يسمى أيضا (علم ديناميكية أو هيدروليكية السوائل

المغناطيسية) وهو العلم الذي يدرس الخصائص المغناطيسية وسلوك المائع الموصلة كهربائياً وحركة

المواد الموصلة عبر خطوط القوة المغناطيسية تختلق اختلافات الجهد والتي بشكل عام تسبب تدفق التيار الكهربائي.

يمكن تمثيل معادلات نافير-ستوكس الهيدروديناميكية المغناطيسية بالشكل الآتي:

المحور x

$$\rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = \rho F_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \nabla^2 u + (J \times B)_x$$

.....

(2.10)

المحور y

$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \rho F_y - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \nabla^2 v + (J \times B)_y$$

.... (2.11)

المحور z

$$\rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = \rho F_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \nabla^2 w + (J \times B)_z$$

.... (2.12)

إذ أن:

$$(J \times \vec{B})_x, (J \times \vec{B})_y, (J \times \vec{B})_z$$

هي مركبات قوة لورنز (القوة الكهرومغناطيسية) باتجاه المحاور x, y, z ، على الترتيب،

\vec{B} : هو حقل المجال المغناطيسي،

\vec{J} : هو كثافة التيار،

μ : هي اللزوجة الديناميكية.

4-2 إنتقال الحرارة Heat Transfer:

إنتقال الحرارة هو فرع من الهندسة الحرارية، يهتم بتوليد الطاقة الحرارية (الحرارة أو كمية الحرارة) واستخدامها وتحويلها وتبادلها بين المنظومات الفيزيائية، ويصنف إنتقال الحرارة إلى آليات مختلفة مثل التوصيل الحراري والحمل الحراري، والإشعاع الحراري، وإنتقال الطاقة بالتحويلات الطورية (Anderson and et al., 2020).

5-2 تعاريف أساسية في إنتقال الحرارة:

Basic Definitions on the Heat Transfer

في هذا البند نستعرض بعض التعاريف الأساسية في إنتقال الحرارة

1-5-2 الحرارة النوعية للسائل عند ضغط ثابت (C_p):

The specific heat of a fluid at constant pressure

يرمز لها بالرمز (C_p)، هي كمية الحرارة اللازمة لرفع درجة حرارة وحدة كتلة السائل بمقدار درجة مئوية واحدة (أو كلفن واحد) مع الحفاظ على ضغط ثابت (Bahiraei and et al., 2020). رياضياً يمكن التعبير عنها على النحو الآتي:

$$C_P = \left(\frac{\partial Q}{\partial T} \right)_P$$

إذ أن: C_p هي الحرارة النوعية عند ضغط ثابت.

Q معدل انتقال الحرارة.

T هي درجة الحرارة.

يشير الحرف (P) إلى بقاء الضغط ثابتاً أثناء العملية.

2-5-2 الموصلية الحرارية (K) Thermal Conductivity :

هو المعدل الزمني لتدفق الطاقة الحرارية عبر ساق طولها وحدة طول ومساحة مقطعها وحدة مساحة و فرق درجة الحرارة بين طرفيها درجة سيليزية واحدة. وينص القانون على أن معدل إنتقال الحرارة (Q) خلال المادة يتناسب مع التدرج السلبي لدرجة الحرارة والمساحة التي تتدفق عبرها الحرارة، ويعبر عنها بما يلي (Veeresh, 2015):

$$Q = -KA \frac{dT}{dx}$$

إذ أن:

Q هو معدل إنتقال الحرارة (واط، W)،

K هي الموصلية الحرارية للمادة ($W/m \cdot K$)،

A هي مساحة المقطع العرضي المتعامدة مع إتجاه إنتقال الحرارة (η^2)،

$\frac{dT}{dx}$ هو تدرج درجة الحرارة (كلفن لكل متر).

3-5-2 الإنتشار الحراري Thermal Diffusivity :

هو مقياس لمدى سرعة نقل الحرارة من خلال مادة بالنسبة لقدرتها على تخزين الطاقة الحرارية رياضياً، ويتم تعريف الإنتشار الحراري (α) على النحو الآتي (Karthikeyan and et al., 2013):

$$\alpha = \frac{K}{\rho C_p}$$

إذ أن:

ρ هي كثافة المادة (kg/m^3) ،

C_p هي السعة الحرارية النوعية عند ضغط ثابت ($J/kg \cdot K$).

في سياق التوصيل الحراري ويظهر الانتشار الحراري في المعادلة الحرارية:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \nabla^2 T$$

حيث ان:

T هي درجة الحرارة،

t الزمن،

∇^2 هو لابلاسيان، الذي يمثل المشتقات المكانية الثانية:

$$\nabla^2 = \nabla \cdot \nabla = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

يُميز الانتشار الحراري المعدل الذي تتغير به درجة الحرارة داخل المادة. يشير الانتشار

الحراري العالي إلى أن المادة تستجيب بسرعة أكبر للتغيرات في بيئتها الحرارية.

4-5-2 التدفق الحراري Heat Flux :

في سياق رياضي يشير التدفق الحراري إلى معدل نقل الطاقة الحرارية عبر سطح معين لكل

وحدة زمنية، وغالبًا ما يُشار إليه بالرمز (q) ويتم قياسه عادةً بالواط لكل متر مربع

(Manjunatha and et al., 2019) (W/m^2).

رياضياً يمكن وصف التدفق الحراري باستخدام قانون فورييه للتوصيل الحراري الذي ينص

على أن ناقل التدفق الحراري (q) يتناسب مع التدرج السلبي لمجال درجة الحرارة (T):

$$\vec{q} = -K\nabla T$$

إذ أن:

\vec{q} هو متجه التدفق الحراري،

K هي الموصلية الحرارية للمادة،

∇T هو التدرج في درجة الحرارة.

ويشير قانون فورييه إلى أن الحرارة تتدفق من المناطق ذات درجة الحرارة الأعلى إلى

المناطق ذات درجة الحرارة المنخفضة، ويتناسب معدل التدفق مع التدرج في درجة الحرارة.

على سبيل المثال، في أحد الأبعاد، يمكن تبسيط التدفق الحراري (q) إلى:

$$q = -K \frac{dT}{dx}$$

إذ أن $\left(\frac{dT}{dx}\right)$ هو تدرج درجة الحرارة في اتجاه (x).

2-5-5 السعة الحرارية Heat capacity:

تُعرّف السعة الحرارية، التي يُشار إليها بالرمز (C)، بأنها كمية الحرارة اللازمة لرفع درجة

حرارة مادة ما بمقدار درجة مئوية واحدة (أو كلفن). رياضياً يتم التعبير عنه على النحو

الآتي (Manjunatha and et al., 2019):

$$C = \frac{Q}{\Delta T}$$

إذ أن:

C السعة الحرارية (بالجول لكل درجة مئوية أو كلفن)

Q معدل إنتقال الحرارة (بالجول)

ΔT التغير في درجة الحرارة (بالدرجة المئوية أو الكلفن)

تفترض المعادلة أعلاه أن السعة الحرارية ثابتة على مدى درجة الحرارة محل الإهتمام وفي الواقع قد تختلف السعة الحرارية باختلاف درجة الحرارة، ولكن بالنسبة لفترات درجات الحرارة الصغيرة، غالبًا ما يتم التعامل معها على أنها ثابتة.

2-5-6 حرارة جوليان Joulean Heating: (Al-Naglah, 1997)

وتعرف باسم التسخين المقاوم أو الأومي وهي العملية التي يؤدي فيها مرور تيار كهربائي عبر موصل إلى إنتاج حرارة بسبب المقاومة الكهربائية للموصل ويتم وصف هذه الظاهرة من خلال قانون جول الأول والذي ينص على أن الحرارة المتولدة (Q) في الموصل تتناسب طرديًا مع مربع التيار (I)، ومقاومة (R) الموصل، والوقت (t) الذي يتدفق خلاله التيار:

$$Q = I^2 \times R \times t$$

إذ أن:

Q هي معدل إنتقال الحرارة (بالجول)،

I هو التيار (بالأمبير)،

R هي مقاومة الموصل (بالأوم)،

t هي المدة الزمنية التي يتدفق خلالها التيار (بالثواني).

تم إكتشاف هذه العلاقة لأول مرة بواسطة جيمس بريسكوت جول في منتصف القرن التاسع عشر، وهي أساسية في فهم تحويل الطاقة الكهربائية إلى طاقة حرارية في الدوائر الكهربائية. تجد

تسخين جول تطبيقات في مجالات مختلفة، بما في ذلك أجهزة التسخين الكهربائية، واللحام بالمقاومة، وفي تشغيل العناصر المقاومة في الدوائر الإلكترونية.

6-2 معادلة الطاقة Energy Equation:

من الممكن صياغة معادلة الطاقة من قانون حفظ الطاقة، وكما يأتي
(Cengel and Cimbala, 2013):

$$\rho C_P \left[\frac{\partial T}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla T) \right] = k^* \nabla^2 T - \text{div } \vec{q} + \frac{J_z^2}{\sigma} + \varphi \quad \dots (2.13)$$

إذ أن:

$\vec{q} = i\vec{q}_x + j\vec{q}_y + k\vec{q}_z$ متجه الفيض الإشعاعي (Radiation Field vector) ومركباته q_x ، q_y ، q_z باتجاه x ، y ، z على التوالي.

C_P : الحرارة النوعية مع ثبوت الضغط (Specific Heat).

k^* : معامل التوصيل الحراري (Coefficient of Thermal Conductivity).

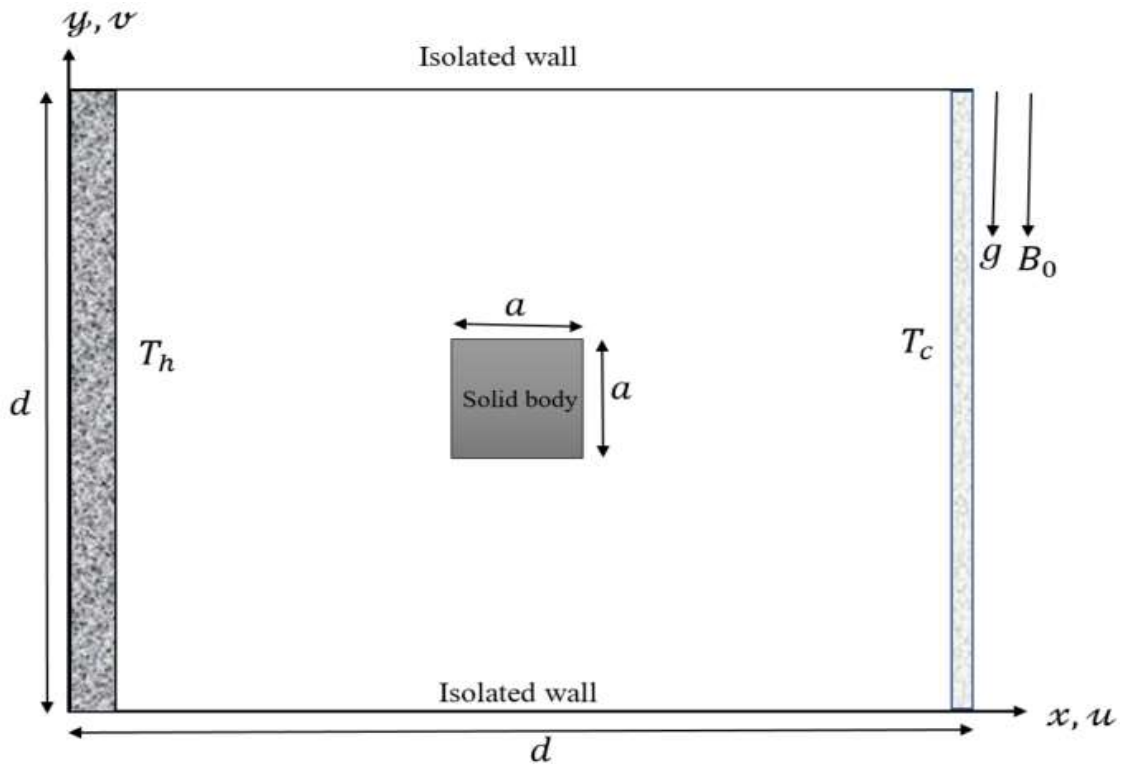
φ : التشتت اللزج (Viscous Dissipation).

$\frac{J_z^2}{\sigma}$: التشتت أوميك (Ohmic Dissipation).

7-2 النموذج الرياضي للمسألة

النموذج المقترح في هذه الدراسة هو مقطع عمودي من قناة مسامية المسافة بين جدرانها (d) ويتمركز في المنتصف جسم معزول مربع الشكل وطول ضلعه (a)، كما مبين في الشكل (1-2) والجدران العمودية للقناة تكون موصلة للحرارة وأحد هذين الجدارين يكون حاراً، ونرمز لدرجة حرارته

بالرمز (T_h) ، والآخر يكون بارداً نسبياً ويرمز له بالرمز (T_c) ، كما يتكون أيضاً من جدارين أفقيين عازلين للحرارة والجدارين الموصلين العموديين يكونان موازيين للمحور (y) ، والجدارين العازلين يكونان موازيين للمحور (x) ومركبات السرعة u و v ، يكونان باتجاه x و y ، على التوالي. وتملاً هذه القناة بمائع ساكن وتحت تأثير الجاذبية ومجال مغناطيسي عمودي على مستوى القناة.



الشكل (1-2): عرض تخطيطي للأنموذج

8-2 فرضيات على المسألة Hypotheses on Problem:

بعد تعريف النموذج الرياضي للمسألة قد الدراسة، ونضع شروطاً إضافية تصف المسألة

بدقة، نلخصها بالآتي:

1- المائع الموجود داخل القناة، هو مائع غير قابل للانضغاط.

2- خواص المائع تبقى ثابتة بالنسبة للنموذج قيد الدراسة.

3- لا يوجد مصدر حراري داخل القناة.

9-2 المعادلات الأساسية البعدية التي تتحكم في النموذج قيد الدراسة وبالحالة الزمنية:

فيما يلي نستعرض المعادلات التفاضلية الأساسية التي تتحكم بالمسألة ببعدين للنموذج

الرياضي قيد الدراسة وبالحالة الزمنية، وعلى النحو الآتي:

1-9-2 صيغة معادلة الإستمرارية البعدية Dimensional Continuity Equation

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \dots(2.14)$$

2-9-2 صيغة معادلة الحركة البعدية Dimensional Motion Equation

x-direction:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + v \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] - \frac{v}{k} u \quad \dots(2.15)$$

y-direction:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + v \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] + \frac{\sigma}{\rho} B_0^2 v - gB(T - T_C) \quad \dots(2.16)$$

نشتق المعادلة (2.15) بالنسبة لـ(y):

$$\frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial t} + \left[u \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \left[v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} \right] = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y} + v \frac{\partial u}{\partial y} \nabla^2 - \frac{v}{k} \frac{\partial u}{\partial y} \quad \dots(2.17)$$

نشتق المعادلة (2.16) بالنسبة لـ(x):

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial t} + \left[u \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} \right] + \left[v \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} \right] = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y} + v \frac{\partial v}{\partial x} \nabla^2 + \frac{\sigma}{\rho} B_0^2 \frac{\partial v}{\partial x} - gB \frac{\partial T}{\partial x} \quad \dots(2.18)$$

ب طرح المعادلة (2.18) من المعادلة (2.17) نحصل على:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) =$$

$$v \nabla^2 \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\sigma}{\rho} B_0^2 \frac{\partial v}{\partial x} - gB \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{v}{K} \frac{\partial u}{\partial y} \quad \dots(2.19)$$

لكن من مفهوم الدورانية فإن $w = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$ ، وعليه فإن معادلة (2.19) تصبح بالشكل:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = v \nabla^2 w + \frac{\sigma}{\rho} B_0^2 \frac{\partial v}{\partial x} -$$

$$gB \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{v}{K} \frac{\partial u}{\partial y} \quad \dots(2.20)$$

3-9-2 معادلة الطاقة البعدية Dimensional Energy Equation

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] - \frac{1}{\rho C_P} \left[\frac{\partial q_r}{\partial x} + \frac{\partial q_r}{\partial y} \right] \quad \dots(2.21)$$

وبوساطة تقريبات روسيلاند في الإشعاع Rosselond Approximations for Radiation

(Krishnamurthy et. al., 2016)

نلاحظ أن:

$$q_r = \left(\frac{-4\sigma^*}{3K^*} \right) \frac{\partial T^4}{\partial x} \quad \dots(2.22)$$

كذلك

$$q_r = \left(\frac{-4\sigma^*}{3K^*} \right) \frac{\partial T^4}{\partial y} \quad \dots(2.23)$$

من المعادلتين (2.22) و(2.23) نلاحظ وجود T^4 وهو ما يجعل المعادلة لا خطية ويصعب في هذه الحالة حل هذا النوع من المعادلات، وللسهولة يمكن تحويل هذه الكمية من الكمية الخطية المكافئة لها تقريباً، وفي حالة كون الفرق في درجة حرارة المائع والجدار صغيرة جداً عندئذ

يمكن التعبير عن الكمية T^4 والتي ظهرت في المعادلتين (2.22) و(2.23)، وباستخدام مفكوك تايلور (خضيري ونوفل، 2020) وبتوسيع T^4 حول T_C وباستخدام سلسلة تايلور Taylor series، يكون:

$$T^4 \cong T_C^4 + 4T_C^3(T - T_C) + 6T_C^2(T - T_C)^2 + \dots \infty$$

وبإهمال الحد الثالث (صعوداً) نحصل على:

$$T^4 \cong T_C^4 + 4T_C^3T - 4T_C^4 \quad \dots(2.24)$$

ومن المعادلات (2.22) و(2.23) و(2.24)، يكون:

$$\begin{aligned} q_r &= \left(\frac{-16\sigma^*}{3K^*} \right) T_C^3 \frac{\partial T}{\partial x} \\ q_r &= \left(\frac{-16\sigma^*}{3K^*} \right) T_C^3 \frac{\partial T}{\partial y} \end{aligned} \quad \dots(2.25)$$

وبتعويض (2.25) في (2.21)، نحصل على:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + \left[\alpha + \frac{16\sigma^*T_C^3}{3K^*\rho C_P} \right] \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \quad \dots(2.26)$$

10-2 المعادلات الأساسية البعدية التي تتحكم في النموذج قيد الدراسة وبالحالة اللازمية

فيما يلي نستعرض المعادلات التفاضلية الأساسية التي تتحكم بالنموذج قيد الدراسة وبالحالة اللازمية وعلى النحو الآتي:

10-2-1 صيغة معادلة الحركة البعدية Dimensional Motion Equation

x-direction:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right] - \frac{\nu}{K} u \quad \dots(2.27)$$

y-direction:

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + v \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right] + \frac{\sigma}{\rho} B_0^2 v - gB(T - T_c)$$

.....

(2.28)

نشتق المعادلة (2.27) بالنسبة لـ (y)، نحصل على:

$$\left[u \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial x} \right] + \left[v \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial y} \right] = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y} + v \frac{\partial u}{\partial y} \nabla^2 - \frac{v}{K} \frac{\partial u}{\partial y}$$

.....

(2.29)

نشتق المعادلة (2.28) بالنسبة لـ (x)، نحصل على:

$$\left[u \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial x} \right] + \left[v \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} \right] = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial y} + v \frac{\partial v}{\partial x} \nabla^2 + \frac{\sigma}{\rho} B_0^2 \frac{\partial v}{\partial x} - gB \frac{\partial T}{\partial x}$$

....(2.30)

ب طرح المعادلة (2.30) من المعادلة (2.29)، نحصل على:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right] - \frac{\partial}{\partial y} \left[u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right] = v \nabla^2 w + \frac{\sigma}{\rho} B_0^2 \frac{\partial v}{\partial x} - gB \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{v}{K} \frac{\partial u}{\partial y}$$

....(2.31)

$$w = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \quad \text{إذ أن:}$$

2-10-2 معادلة الطاقة البعدية Dimensional Energy Equation :

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] - \frac{1}{\rho C_p} \left[\frac{\partial q_r}{\partial x} + \frac{\partial q_r}{\partial y} \right]$$

....(2.32)

من المعادلات (2.32) و(2.25)، نحصل على:

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \left[\alpha + \frac{16\sigma^* T_C^3}{3K^* \rho C_P} \right] \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] \quad \dots(2.33)$$

11-2 الشروط الحدودية البعدية Dimensional Boundary Conditions

بعد أن عرفنا النموذج الرياضي والمعادلات الأساسية التي تتحكم فيه، نحدد شروطاً حدودية للمسألة وعلى النحو الآتي:

$$\left. \begin{aligned} u = v = 0, \quad x = 0, \quad 0 \leq y \leq d, \quad T = T_h \\ u = v = 0, \quad x = d, \quad 0 \leq y \leq d, \quad T = T_C \\ y = 0, d \quad 0 \leq x \leq d, \quad \frac{\partial T}{\partial y} = 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots(2.34)$$

12-2 المعادلات الأساسية اللابعدية التي تتحكم في النموذج قيد الدراسة وبالحالة الزمنية

The Basic Dimensionless Equations that Control the Model Under Study and the Time State

بعد أن وصفنا المعادلات الأساسية والشروط الحدودية للمسألة قيد الدراسة، نجد بعض الصعوبات في حل هذه المعادلات بصيغتها الحالية، لذلك سنقوم بتحويل هذه المعادلات إلى معادلات لا بعدية، وبالتالي حل المعادلات الأساسية، ولكن بعد تجريبها من وحداتها، وعليه من الضروري قبل البدء في تحويل هذه المعادلات لابد من معرفة المعادلات اللابعدية (أحمد وآخرون، 2001):

$$\left. \begin{aligned} x = dX, \quad y = dY, \quad u = \frac{\alpha}{d} U, \quad v = \frac{\alpha}{d} V, \quad \psi = \frac{v}{Pr} \\ \Omega = \frac{d^2 Pr}{v} w, \quad \theta = \frac{T - T_C}{T_h - T_C} \end{aligned} \right\} \quad \dots(2.35)$$

وبتعويض المعادلة (2.35) في المعادلات (2.14)، و(2.19) و(2.26)، نحصل على

المعادلات الأساسية اللابعدية وكما يلي:

1-12-2 معادلة الإستمرارية اللابعدية Continuity Equation Dimensionless form

بتعويض المعادلات اللابعدية (2.35) في معادلة الإستمرارية البعدية (2.14)، نحصل على:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad \dots(2.36)$$

2-12-2 معادلة الحركة اللابعدية Dimensionless Motion Equation

بتعويض الصيغ اللابعدية (2.35) في معادلة الحركة البعدية (2.19)، نحصل على:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} \right] + \frac{\partial}{\partial X} \left(U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \right) - \frac{\partial}{\partial Y} \left(U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) = \\ Pr \nabla^2 \left[\frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} \right] + M^2 Pr \frac{\partial V}{\partial X} - Ra \frac{\partial \theta}{\partial X} + \frac{Pr}{Da} \frac{\partial U}{\partial Y} \end{aligned} \quad \dots(2.37)$$

يمكن كتابة المعادلة (2.37) باستخدام دالة الجريان Stream Function، ومفهوم الدورانية

Vorticity، وكما يلي:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Omega}{\partial t} + \left(\frac{\partial \psi}{\partial Y} \frac{\partial \Omega}{\partial X} - \frac{\partial \psi}{\partial X} \frac{\partial \Omega}{\partial Y} \right) = Pr \nabla^2 \Omega - M^2 Pr \frac{\partial \psi^2}{\partial X^2} - Ra \frac{\partial \theta}{\partial X} + \frac{Pr}{Da} \frac{\partial^2 \psi}{\partial Y^2} \\ \dots \dots \dots \end{aligned} \quad (2.38)$$

$$\text{Prandtl Number عدد برانتل } Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

$$\text{Rayleigh Number عدد رايلي } Ra = \frac{g B d^3 \Delta T}{\alpha^2}$$

$$\text{Darcy Number عدد دارسي } Da = \frac{K}{d^2}$$

$$\text{Kinematic Viscosity اللزوجة الكينماتية } \nu = \frac{\mu}{\rho}$$

المعادلة (2.38) تمثل معادلة الحركة العامة بالإحداثيات الكارتيزية بالصيغة اللابعدية.

3-12-2 Dimensionless Energy Equation: معادلة الطاقة اللابعديّة

نعوض الصيغ اللابعديّة (2.35) بالمعادلة (2.26) نحصل على:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = Rd \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right] \quad \dots(2.39)$$

إذ أن

$$Rd = \frac{3k^*k_1 + 16\sigma^*}{3k^*\rho C_p} T_c^3$$

المعادلة (2.39) تمثل معادلة الطاقة بالاحداثيات الكارتيزية بالصيغة اللابعديّة.

2-13 المعادلات الأساسيّة اللابعديّة التي تتحكم في النموذج قيد الدراسة وبالحالة اللازميّة

2-13-1 معادلة الإستمراريّة اللابعديّة:

Dimensionless Continuity Equation

كما في المعادلة (2.36)، نحصل على:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad \dots(2.40)$$

2-13-2 معادلة الحركة اللابعديّة Dimensionless Equation of Motion

بتعويض المعادلة (2.35) في المعادلة (2.31)، نحصل على:

$$\frac{\partial}{\partial X} \left(U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} \right) - \frac{\partial}{\partial Y} \left(U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} \right) = Pr \nabla^2 \left[\frac{\partial V}{\partial X} - \frac{\partial U}{\partial Y} \right] \quad \dots(2.41)$$

3-13-2 معادلة الطاقة اللابعديّة Dimensionless Energy Equation

بتعويض المعادلة (2.35) في المعادلة (2.33)، نحصل على:

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = Rd \left[\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right] \quad \dots(2.42)$$

14-2 الشروط الحدودية اللابعدية:

Dimensionless Boundary Conditions:

بتعويض المعادلات اللابعدية (2.35) في الشروط الحدودية البعدية (2.34)، نحصل على

الشروط الحدودية بالصيغة اللابعدية على النحو الآتي:

$$\left. \begin{array}{l} U = V = 0, \quad X = 0, \quad 0 \leq Y \leq 1, \quad \theta = 1 \\ U = V = 0, \quad X = 1, \quad 0 \leq Y \leq 1, \quad \theta = 0 \\ Y = 0, 1, \quad 0 \leq X \leq 1, \quad \frac{\partial \theta}{\partial y} = 0 \end{array} \right\} \quad \dots(2.43)$$

الفصل الثالث

الحل العددي للمعادلات الأساسية بالاحداثيات الكارتيزية

باستخدام طريقة الاتجاهات الصريحة المتعاقبة ADE

Chapter Three

Numerical Solution of Fundamental

Equations with Cartesian Coordinates by

Alternative Direction Explicit Method (ADE)

الفصل الثالث

الحل العددي للمعادلات الأساسية بالإحداثيات الكارتيزية باستخدام طريقة

الاتجاهات الصريحة المتعاقبة ADE

3-1 المقدمة

تم في هذا الفصل حل المعادلات الأساسية التي تتحكم بالمسألة في الإحداثيات الكارتيزية، باستخدام طريقة الإتجاهات الصريحة المتعاقبة (ADE) Alternative Direction Explicit Method. لحل معادلات الإستمرارية والحركة والطاقة ببعدين وهذه الطريقة هي احدى طرائق الفروقات المنتهية Finite Difference Methods، الملائمة لحل المعادلات التفاضلية الجزئية.

تنشأ الفكرة الأساسية لطريقة الفروقات المنتهية عندما يتم استبدال المشتقات الجزئية للمعادلات التفاضلية الجزئية بتقريب الفروقات المنتهية، إذ تنتج معادلة جبرية واحدة أو نظام من المعادلات الجبرية يؤدي حلها إلى حل المعادلة التفاضلية الجزئية الاصلية المختارة على شبكة الحل، وأن شبكة الحل (تسمى أيضا الحاسوبية أو الشبكة العددية).

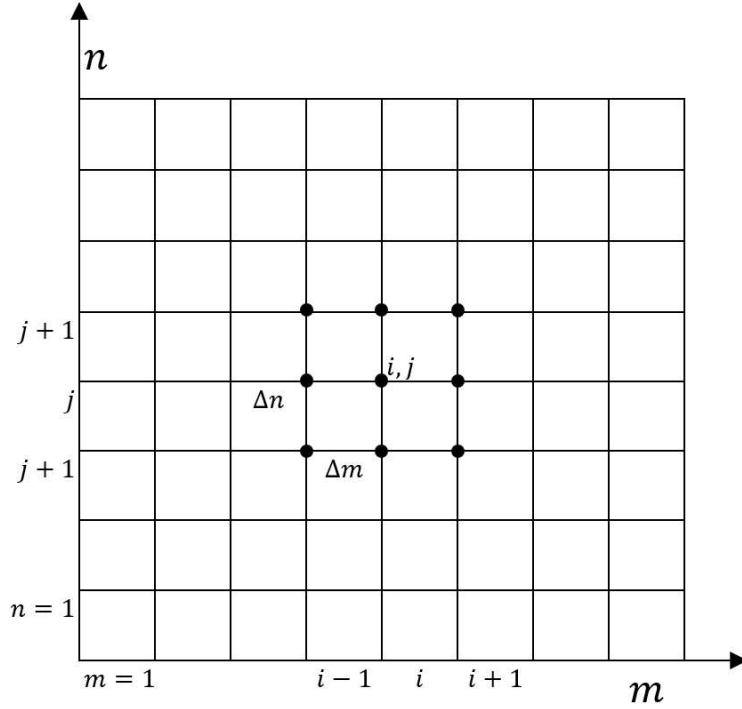
بعد أن تم إيجاد المعادلات التفاضلية المتحكم بالشكل الفيزيائي للمسألة قيد الدراسة لابد من تقطيع هذه المعادلات عددياً، وهذا يعني أن يتم تحويل كل جزء من المعادلات التفاضلية الي ما يقابله في الحل العددي ليتم إدخاله إلى الحاسبة الالكترونية، ومن ثم التعامل معه عبر كتابة برنامج حاسوبي وفق خوارزمية حل أنشئت لهذا الغرض.

وتعتمد تقانات الفروق المحددة بالأساس على متوالية تايلور التي يتم تقطيعها عند الحد المطلوب للمشتقة سواء أكانت الأولى أم الثانية أو أية متجهات أخرى. ولكي تطبق هذه الطرائق لا بد من تحديد نقاط معينة داخل الحيز يتم عندها حل المعادلات بالأسلوب الأمثل واختيار صيغة الفتح

المناسبة لمواقع تلك النقاط، وهذه النقاط تنتج عن تقاطع الإحداثيين الأفقي والعمودي في حالة كون الشكل منتظماً، أما في حالة كون الشكل غير منتظم كما في دراستنا الحالية، فسيتم اللجوء إلى ما يعرف بـ"توليد الشبكة" إذ يتم تكوين شبكة جديدة من المحاور الافتراضية التي تكون فيها المسافة متساوية، وهو الشرط اللازم لتطبيق تقانات الفروق المحددة (Canale and Chapra, 2002).

لكي يتم حل المعادلات التفاضلية التي تصف جريان المائع وانتقال الحرارة داخل حيز الدراسة لابد من توفير فضاء من النقاط الناتجة عن تقاطع المحاور، وهذه النقاط تسمى بـ"الشبكة" وتسمى سلسلة الإجراءات والعمليات التي ينتج عنها تكوين هذه النقاط بـ"التوليد الشبكي"، وهذا الإجراء يسبق عملية حل المعادلات التفاضلية بعد تمثيلها عددياً ويكون هذا الإجراء ضرورياً جداً ومهماً في نفس الوقت، كما ان اختيار نوع التوليد وشكله أيضاً يلعب دوراً مهماً في الحل العددي إذ يؤدي عدم التوليد الجيد للشبكة إلى نتائج غير صحيحة، وربما يؤدي إلى عدم حصوله تقارب عند الحل.

في الشكل (3-1) يلاحظ شبكة النقاط التي تم توليدها داخل الحيز وفق أسلوب التوليد الشبكي التفاضلي باستخدام معادلات بوزن التفاضلية البيضوية. وقد استخدمت دالة التجميع المتناظر لتركيز النقاط عند مناطق العمليات على السطح العلوي والسفلي لغرض زيادة دقة الحل من خلال الاعتماد على عدد كبير من النقاط الأمامية أو الخلفية عند إيجاد قيمة متغير معين بالاعتماد على قيم المسافة أو لاحقة (Fletcher, 1995).



الشكل (3-1): يوضح النقاط العقدية المستخدمة في الحل العددي.

تتميز هذه الطريقة بمميزات عديدة جعلتها من الطرائق المفضلة وذات كفاءة عالية لإيجاد الحل

التقريب للمسائل العددية، ويمكننا تلخيص هذه المميزات وكما يأتي:

1- سهولة التطبيق: تتميز طريقة الإتجاهات الصريحة المتعاقبة بسهولة تطبيقها، إذ لا يتطلب

استخدام عمليات حسابية معقدة أو معادلات رياضية متقدمة.

2- السرعة: تُعد هذه الطريقة سريعة نسبياً في إيجاد الحل التقريبي للمسائل، لاسيما للمسائل

المعقدة التي يصعب حلها باستخدام الطرائق التحليلية.

3- الدقة: يمكن تحقيق دقة عالية في النتائج من خلال تكرار عملية حساب الإتجاهات المتعاقبة

بشكل كافٍ.

4- إمكانية التطبيق على مختلف أنواع المسائل: تُستخدم هذه الطريقة لحل مختلف أنواع المسائل

العددية، بما في ذلك:

أ. المعادلات: يمكن استخدامها لحل المعادلات الخطية وغير الخطية.

ii. الدوال: يمكن استخدامها لحساب قيم الدوال في نقاط محددة.

iii. النظم: يمكن استخدامها لحل أنظمة المعادلات.

5- إمكانية التصور: تساعد هذه الطريقة على تصور الحل بشكل أفضل، لاسيما للمسائل المعقدة.

6- إمكانية الاستخدام مع الوسائل الحسابية الأخرى: يمكن استخدام طريقة الإتجاهات الصريحة المتعاقبة مع الوسائل الحسابية الأخرى، مثل الآلات الحاسبة والبرامج الحاسوبية، لزيادة الدقة والكفاءة.

شرح مبسط لطريقة حل الإتجاهات الصريحة المتعاقبة ADE:

$$\left(\frac{\partial \Omega}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{\Omega_{i,j} - \Omega_{i-1,j}}{\Delta x}$$

$$\left(\frac{\partial \Omega}{\partial y}\right)_{i,j} = \frac{\Omega_{i,j+1} - \Omega_{i,j}}{\Delta y}$$

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{\Psi_{i,j} - \Psi_{i-1,j}}{\Delta x}$$

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial y}\right)_{i,j} = \frac{\Psi_{i,j+1} - \Psi_{i,j}}{\Delta y}$$

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial x}\right)_{i,j} = \frac{\theta_{i,j} - \theta_{i-1,j}}{\Delta x}$$

$$\left(\frac{\partial \theta}{\partial y}\right)_{i,j} = \frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j}}{\Delta y}$$

$$\left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial x^2}\right)_{i,j} = \frac{\Omega_{i+1,j} - 2\Omega_{i,j} + \Omega_{i-1,j}}{(\Delta x)^2}$$

$$\left(\frac{\partial^2 \Omega}{\partial y^2}\right)_{i,j} = \frac{\Omega_{i,j+1} - 2\Omega_{i,j} + \Omega_{i,j-1}}{(\Delta y)^2}$$

$$\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}\right)_{i,j} = \frac{\psi_{i+1,j} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i-1,j}}{(\Delta x)^2}$$

$$\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}\right)_{i,j} = \frac{\psi_{i,j+1} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i,j-1}}{(\Delta y)^2}$$

$$\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}\right)_{i,j} = \frac{\theta_{i+1,j} - 2\theta_{i,j} + \theta_{i-1,j}}{(\Delta x)^2}$$

$$\left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}\right)_{i,j} = \frac{\theta_{i,j+1} - 2\theta_{i,j} + \theta_{i,j-1}}{(\Delta y)^2}$$

3-1-1 حل معادلة الإستمرار اللابعدية

Solve the Dimensionless Continuity Equation

قبل أن نبدأ بحل معادلة الإستمرارية، سنقوم بتحويلها إلى صيغة دالة الجريان

Stream Function ψ ، ومفهوم الدورانية Vorticity، لوضعها ضمن إطار الحل بطريقة ADE.

ولتحويل معادلة الإستمرارية إلى صيغة دالة الجريان، نفرض أن:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

وبالتعويض في معادلة الإستمرارية العامة بالصيغة اللابعدية (2.36):

$$-\Omega = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2}$$

$$-\Omega = -\Omega_{i,j}$$

$$\frac{\psi_{i+1,j} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} + \frac{\psi_{i,j+1} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} = -\Omega_{i,j} \quad \text{..... (3.1)}$$

3-1-2 حل معادلة الحركة اللابعدية Solve the Dimensionless Motion Equation

قبل أن نبدأ بحل معادلة الحركة، سنقوم بتحويلها إلى صيغة دالة الجريان

Stream Function ψ ، ومفهوم الدورانية Vorticity، وهذا الأسلوب معروف ومتبع لغرض

تحويل معادلة الحركة بدلالة متغير واحد بدلاً من متغيرين، وهو بهذا يقوم بتبسيط المعادلة دون التأثير على عموميتها، ويضعها ضمن إطار الحل بطريقة ADE. ولتحويل معادلة الحركة إلى صيغة دالة الجريان، نفرض أن:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

وبالتعويض في معادلة الحركة العامة بالصيغة اللابعدية (2.38):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Omega}{\partial t} + \left(\frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \Omega}{\partial X} - \frac{\partial \psi}{\partial X} \frac{\partial \Omega}{\partial y} \right) &= Pr \nabla^2 \Omega - MP_r \frac{\partial^2 \psi}{\partial X^2} - Ra \frac{\partial \theta}{\partial X} + \frac{Pr}{Da} \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} \\ \frac{\Omega_{i,j+1} - \Omega_{i,j}}{\Delta t} + \frac{\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j}}{\Delta y} \cdot \frac{\Omega_{i,j+1} - \Omega_{i,j}}{\Delta X} - \frac{\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j}}{\Delta X} \cdot \frac{\Omega_{i,j+1} - \Omega_{i,j}}{\Delta y} &= \\ Pr \left(\frac{\Omega_{i+1,j} - 2\Omega_{i,j} + \Omega_{i-1,j}}{(\Delta X)^2} + \frac{\Omega_{i,j+1} - 2\Omega_{i,j} + \Omega_{i,j+1}}{(\Delta y)^2} \right) - & \\ M^2 Pr \left(\frac{\psi_{i+1,j} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i-1,j}}{(\Delta X)^2} \right) - Ra \left(\frac{\theta_{i,j} - \theta_{i-1,j}}{\Delta X} \right) + \frac{Pa}{Da} \left(\frac{\psi_{i,j+1} - 2\psi_{i,j} + \psi_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} \right) & \\ \dots\dots\dots & \end{aligned}$$

(3.2)

3-1-3 حل معادلة الطاقة اللابعدية Solve the Dimensionless Energy Equation

قبل أن نبدأ بحل معادلة الطاقة سنقوم بتحويلها إلى صيغة دالة الجريان Stream Function

ψ ، ومفهوم الدورانية Vorticity، لتبسيط المعادلة ووصفها ضمن إطار الحل بطريقة ADE.

لتحويل معادلة الطاقة إلى صيغة الجريان، نفرض أن:

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}$$

وبالتعويض في معادلة الطاقة العامة بالصيغة اللابعدية (2.42):

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t^*} + \left(\frac{\psi_{i,j+1} - \psi_{i,j}}{\Delta y} \right) \left(\frac{\theta_{i,j} - \theta_{i-1,j}}{\Delta X} \right) - \left(\frac{\psi_{i,j} - \psi_{i-1,j}}{\Delta X} \right) \left(\frac{\theta_{i,j+1} - \theta_{i,j}}{\Delta y} \right) &= \\ Ra \left(\frac{\theta_{i+1,j} - 2\theta_{i,j} + \theta_{i-1,j}}{(\Delta X)^2} + \frac{\theta_{i,j+1} - 2\theta_{i,j} + \theta_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} \right) & \dots\dots (3.3) \end{aligned}$$

الفصل الرابع

النتائج والمناقشة

Chapter Four

Results and Discussion

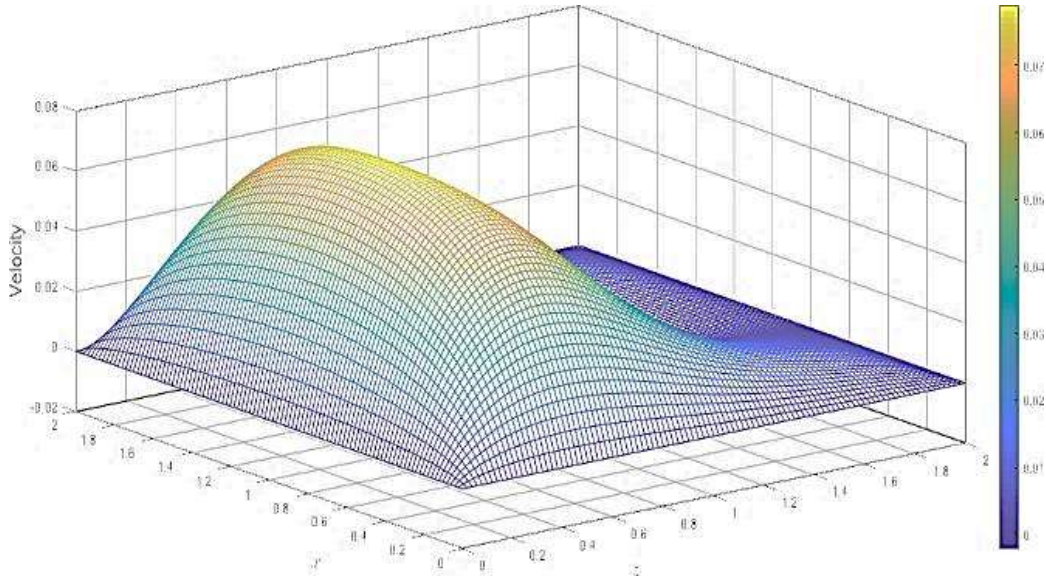
الفصل الرابع النتائج والمناقشة

1-4 المقدمة

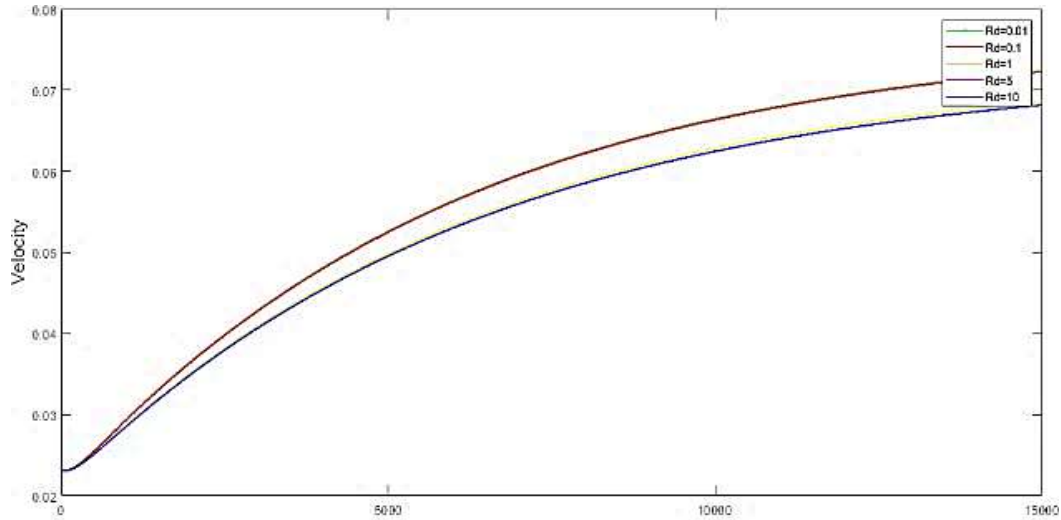
في هذا الفصل سوف نستعرض أهم الاستنتاجات التي حصلنا عليها في هذه الرسالة، وذلك عبر عرض مفصل للأشكال التوضيحية لوصف سلوك درجات الحرارة، فضلاً عن توزيعات السرعة وبالحالتين الزمنية واللازمنية عن طريق وضع برنامج حاسوبي باستخدام لغة Matlab، ووجدنا تأثير عدد برانتل، وعدد دارسي، وعدد رايلي، وعدد هارتمان، ومعلمة الإشعاع في معادلات الحركة والطاقة داخل القناة المربع. وفي ضوء الاستنتاجات تم وضع عددٍ من التوصيات للأعمال المستقبلية لتطوير هذا النموذج ونماذج أخرى، وكما يأتي:

2-4 تأثير معلمة الإشعاع Rd على الجريان والطاقة وفي كلا الحالتين الزمنية واللازمنية.

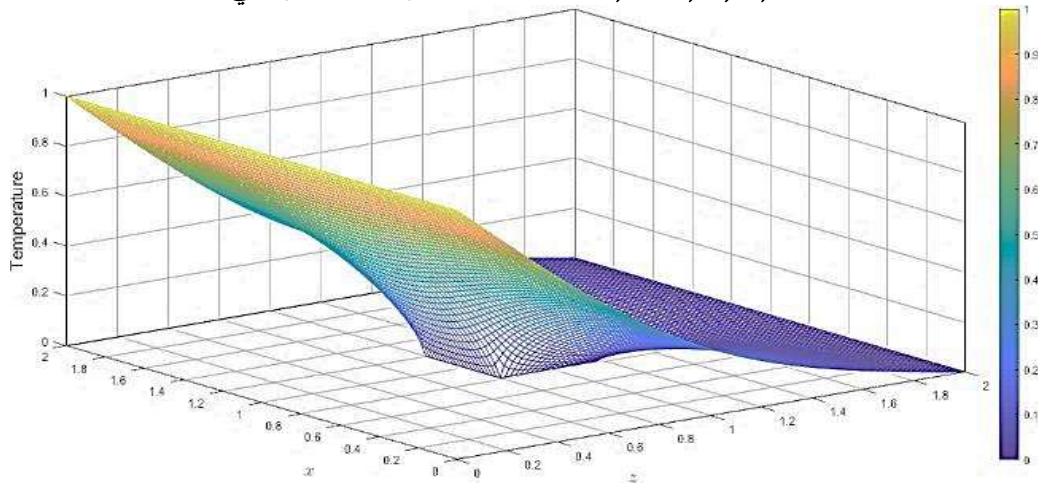
في الحالة الزمنية تزداد درجات الحرارة طردياً مع الزيادة في قيمة معلمة الإشعاع، بينما الزيادة في قيمة معلمة الإشعاع تؤدي إلى تناقص السرعة داخل القناة، وكما مبين في الشكلين (4-1) و(4-2)، بينما تزداد السرعة ودرجات الحرارة داخل القناة مع زيادة معلمة الإشعاع في الحالة اللازمنية، وكما مبين في الشكل (4-2-4) و(4-1-2).



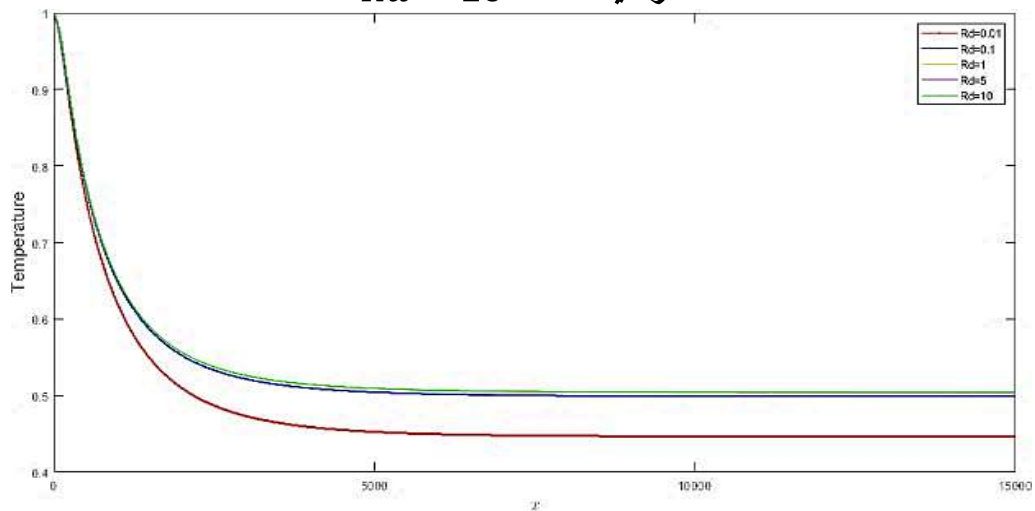
الشكل (A-1-4) يبين سلوك السرعة داخل القناة في الإحداثيات الكارتيزية وبالحالة الزمنية عندما $Rd = 10$



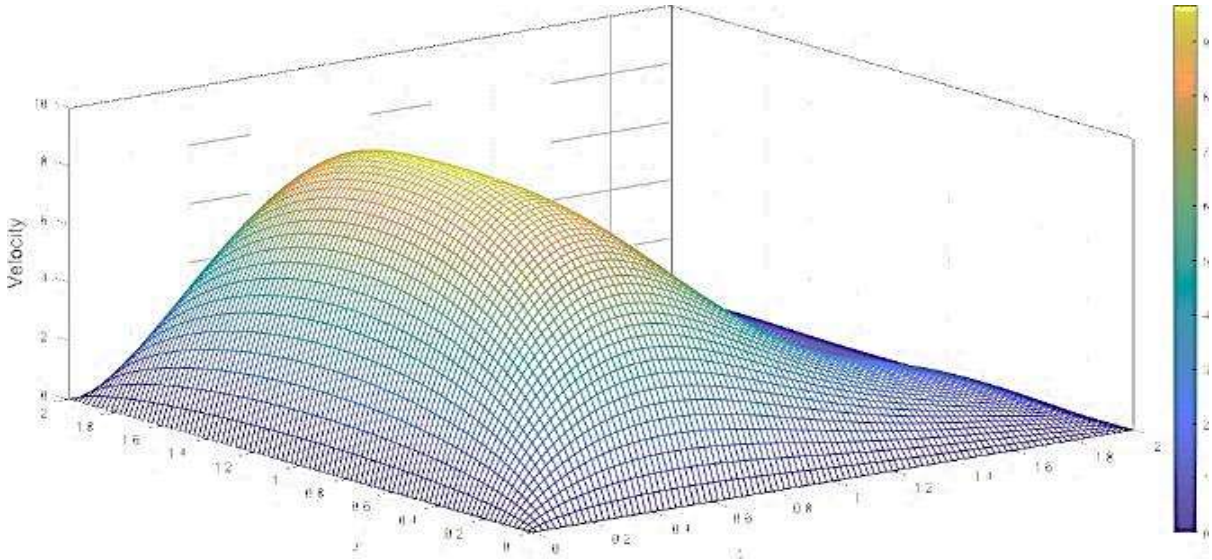
الشكل (B-1-4) يبين سلوك السرعة داخل القناة وعند قيم مختلفة لمعلمة الإشعاع
وبالحالة الزمنية $Rd = 0.01, 0.1, 1, 5, 10$



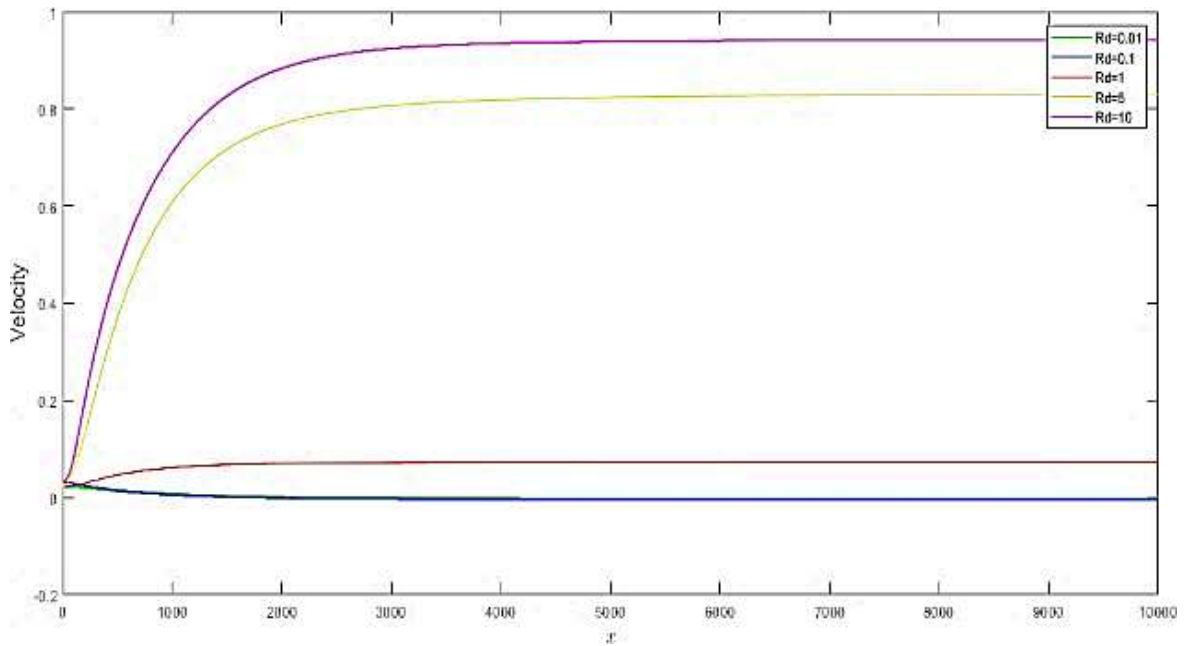
الشكل (C-1-4) يبين سلوك درجات الحرارة داخل القناة في الإحداثيات الكارتيزية وبالحالة
الزمنية عندما $Rd = 10$



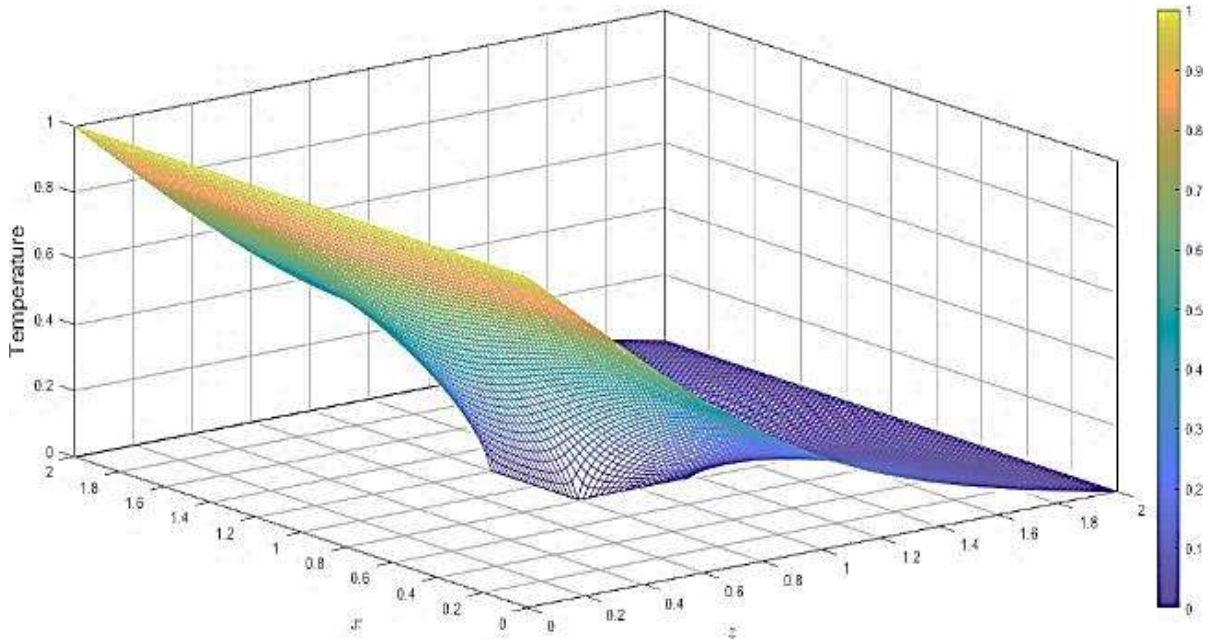
الشكل (D-1-4) يبين سلوك درجات الحرارة داخل القناة وعند قيم مختلفة لمعلمة الإشعاع
وبالحالة الزمنية $Rd = 0.01, 0.1, 1, 5, 10$



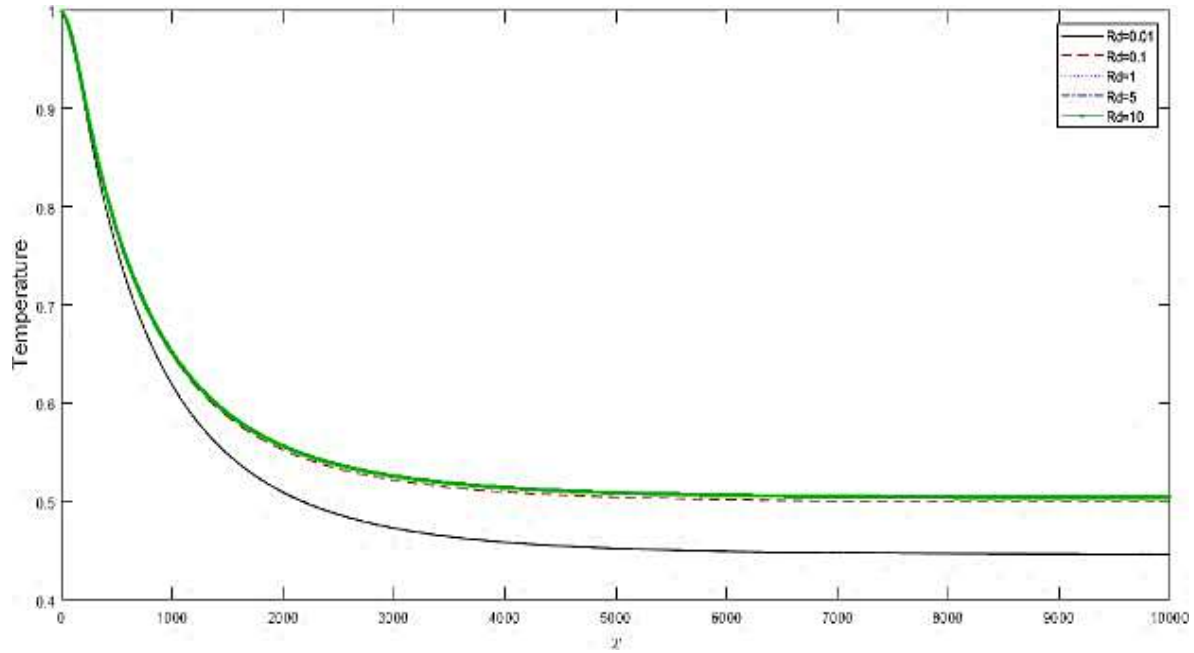
الشكل (A-2-4) يبين سلوك السرعة داخل القناة في الإحداثيات الكارتيزية وبالحالة اللازمية
عندما $Rd = 10$



الشكل (B-2-4) يبين سلوك السرعة داخل القناة وعند قيم مختلفة لمعلمة الإشعاع
وبالحالة اللازمية $Rd = 0.01, 0.1, 1, 5, 10$

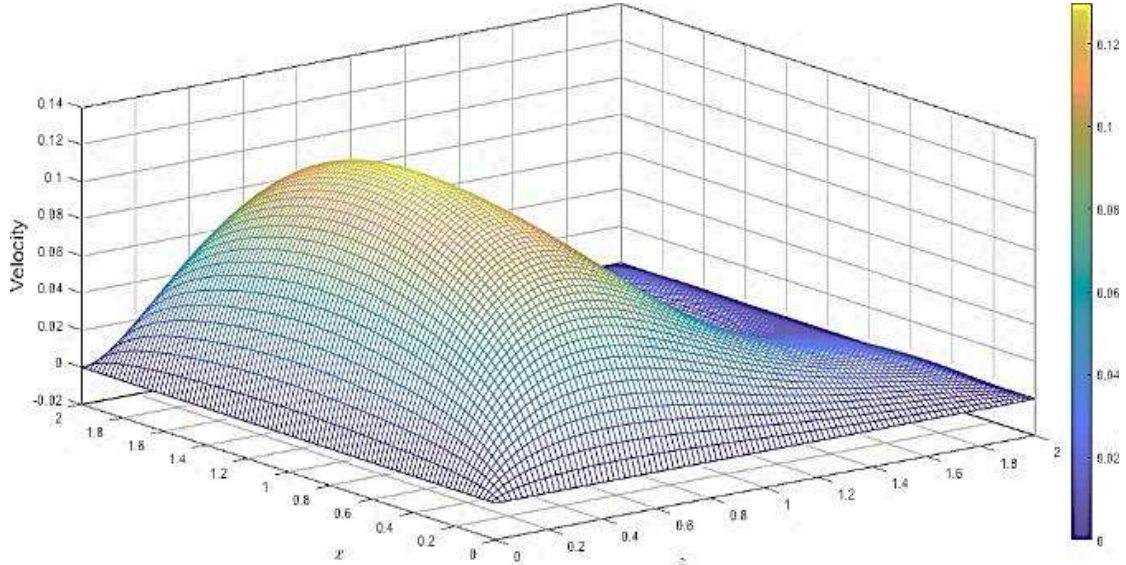


الشكل (C-2-4) يبين سلوك درجات الحرارة داخل القناة في الإحداثيات الكارتيزية وبالحالة
اللازمية عندما $Rd = 10$

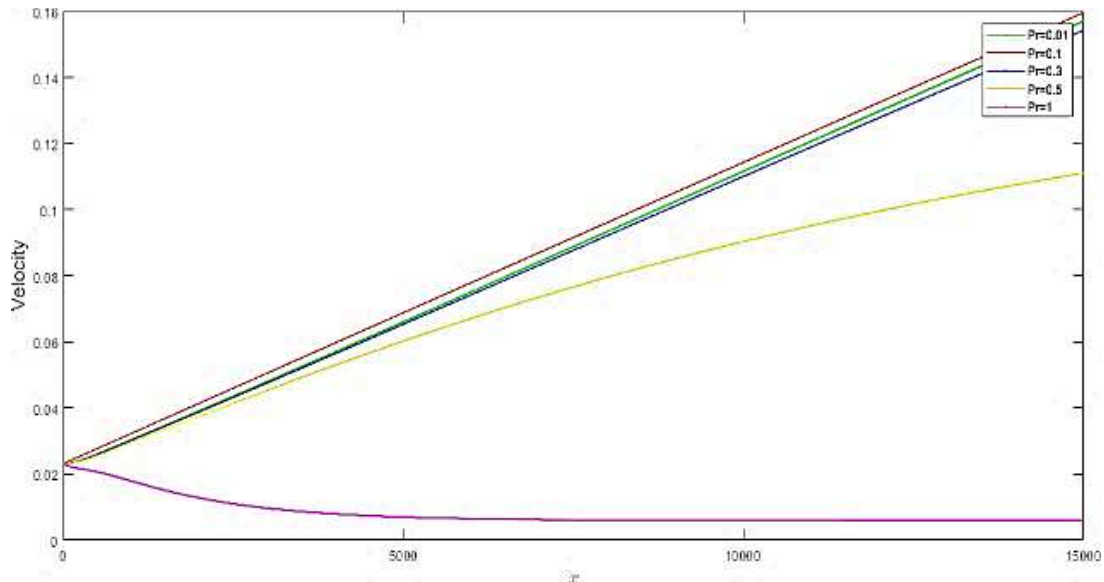


الشكل (D-2-4) يبين سلوك درجات الحرارة داخل القناة وعند قيم مختلفة لمعلمة الإشعاع
وبالحالة اللازمية $Rd = 0.01, 0.1, 1, 5, 10$

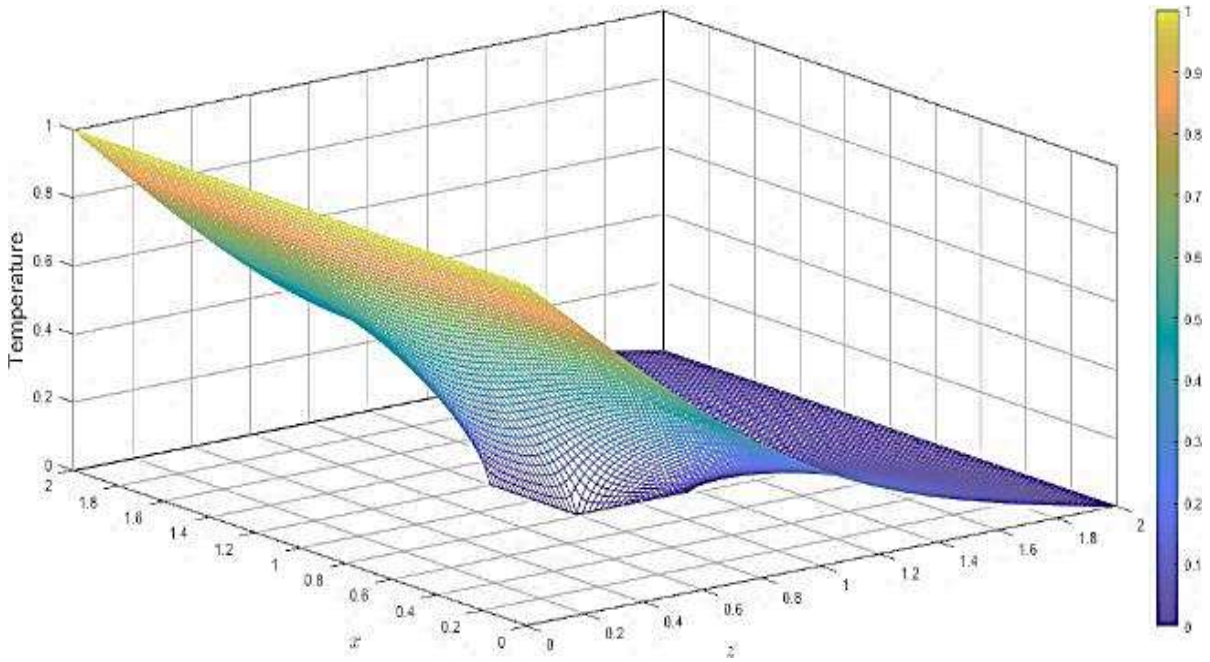
3-4 تأثير عدد برانتل Pr في توزيعات السرعة وانتقال الحرارة في الحالتين الزمنية واللازمنية. يمثل عدد برانتل خاصية للمائع ولا علاقة له بنوع وشكل التدفق، بل يعتمد فقط على الخواص الفيزيائية للمائع مثل اللزوجة الحركية والانتشار الحراري، وتوضح الأشكال (D-C-B-A-3-4) و (D-C-B-A-4-4) تأثير عدد برانتل في توزيعات السرعة وانتقال الحرارة، وفي كلا الحالتين قيد الدراسة، إذ لوحظ أن العلاقة بين عدد برانتل وتوزيع السرعة علاقة عكسية، بينما تأثيره في درجات الحرارة يكون طفيفاً.



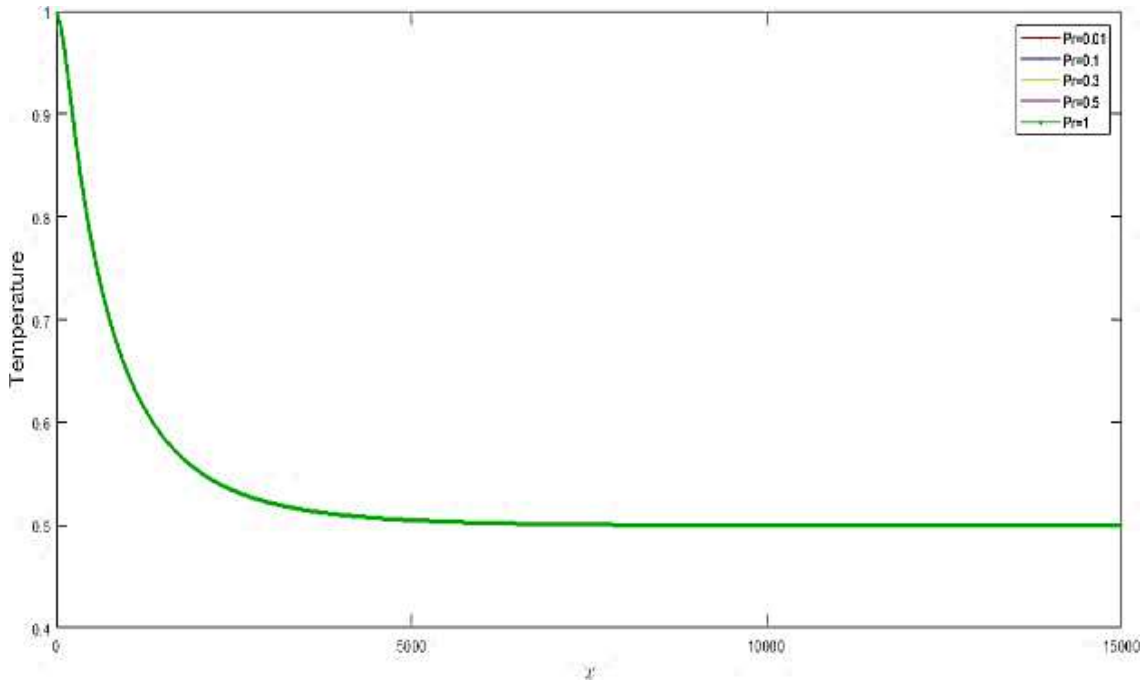
الشكل (A-3-4) يبين تأثير عدد برانتل في حقل السرعة داخل القناة وبالحالة الزمنية وعندما $Pr = 1$



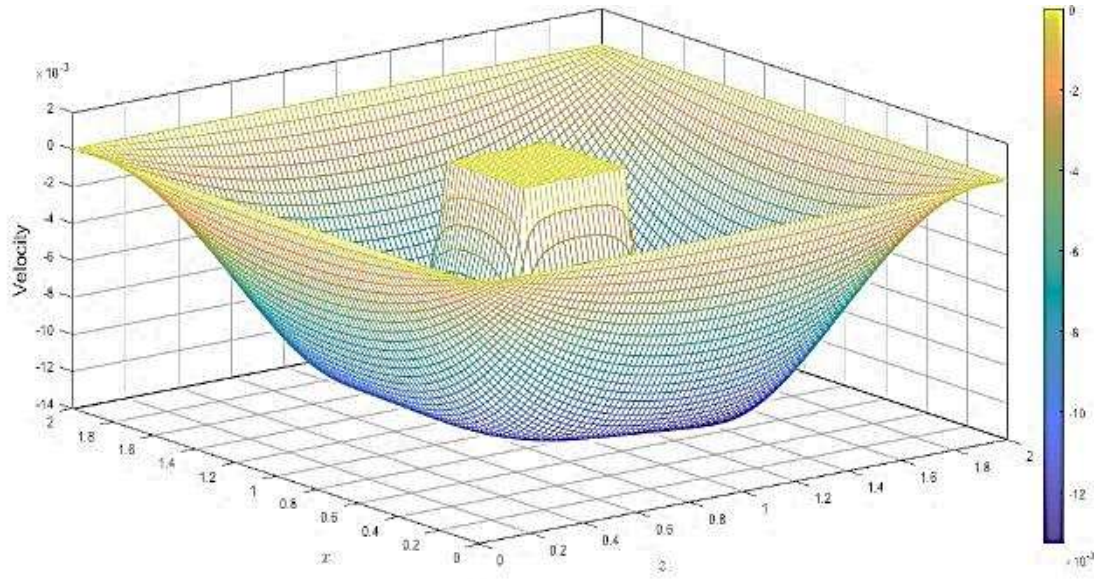
الشكل (B-3-4) يبين تأثير عدد برانتل في حقل السرعة وعند $Pr = 0.01, 0.1, 0.3, 0.5, 1$ وبالحالة الزمنية



الشكل (C-3-4) يبين تأثير عدد برانتدل في حقل درجات الحرارة داخل القناة وبالحالة الزمنية
وعندما $Pr = 1$

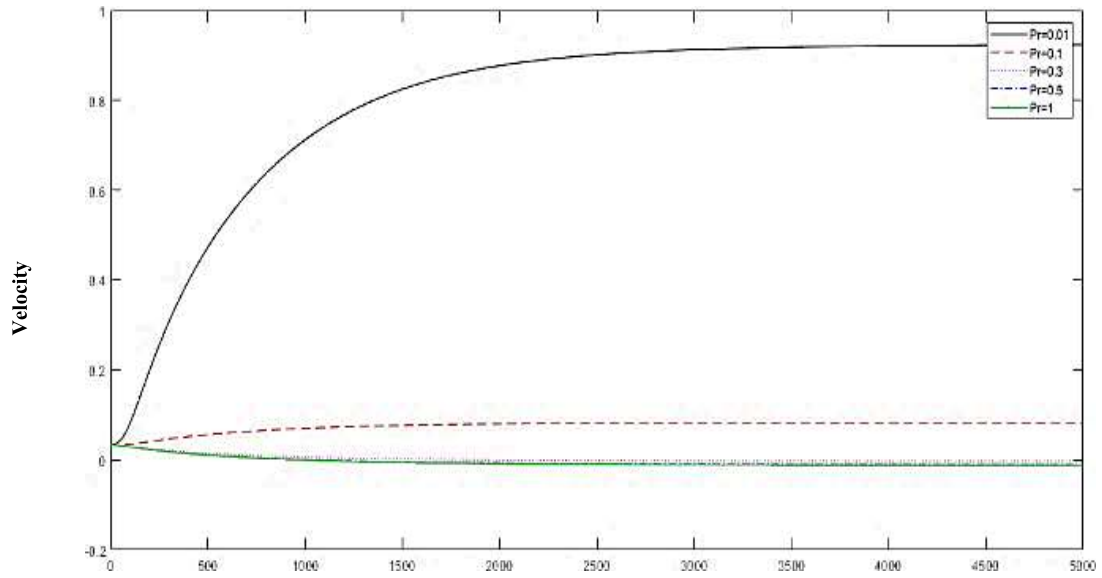


الشكل (D-3-4) يبين تأثير عدد برانتدل في حقل درجات الحرارة وعند
وبالحالة الزمنية $Pr = 0.01, 0.1, 0.3, 0.5, 1$



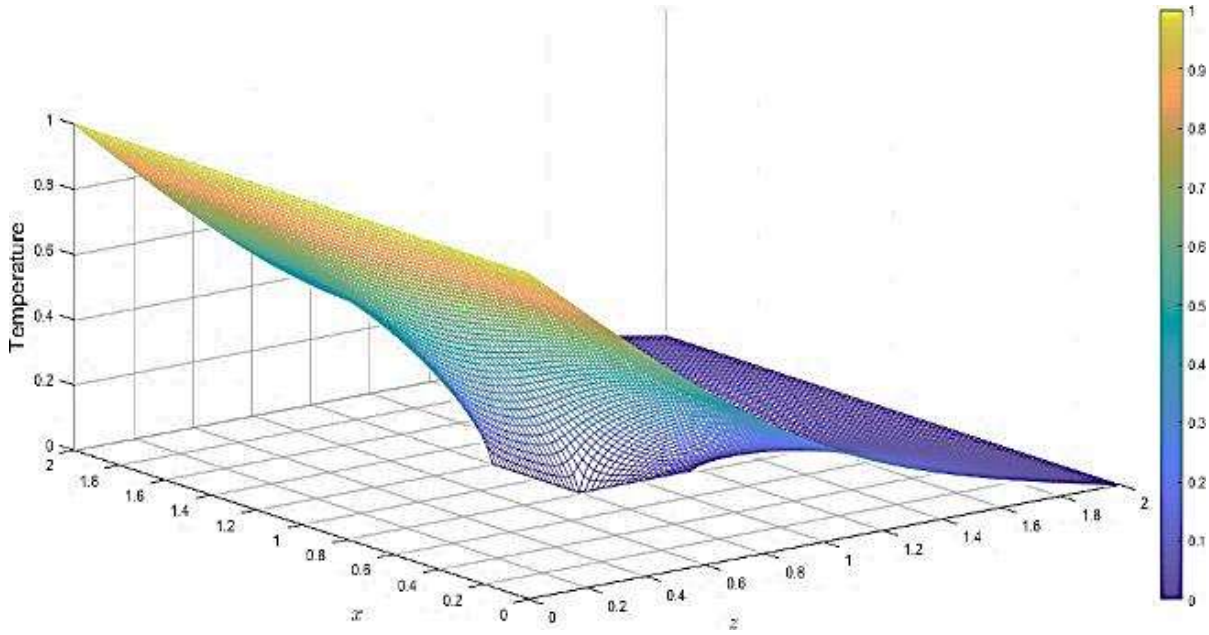
الشكل (A-4-4) يبين تأثير عدد برانتدل في حقل السرعة داخل القناة وبالحالة اللازمة وعندما

$$Pr = 1$$

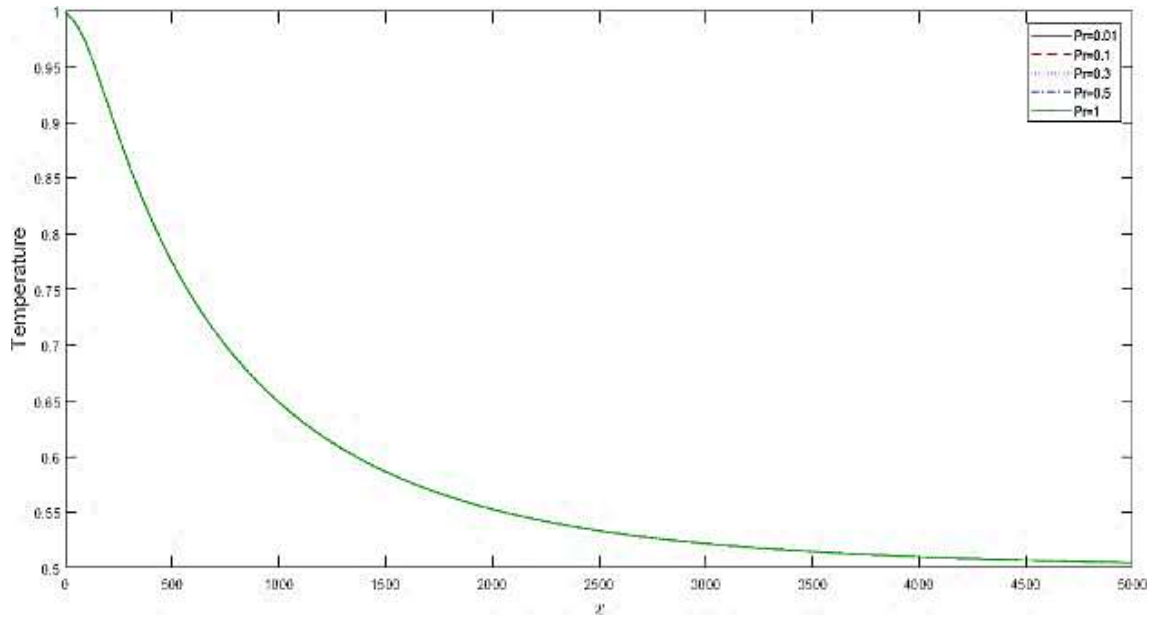


الشكل (B-4-4) يبين تأثير عدد برانتدل في حقل السرعة وعند

$$Pr = 0.01, 0.1, 0.3, 0.5, 1$$



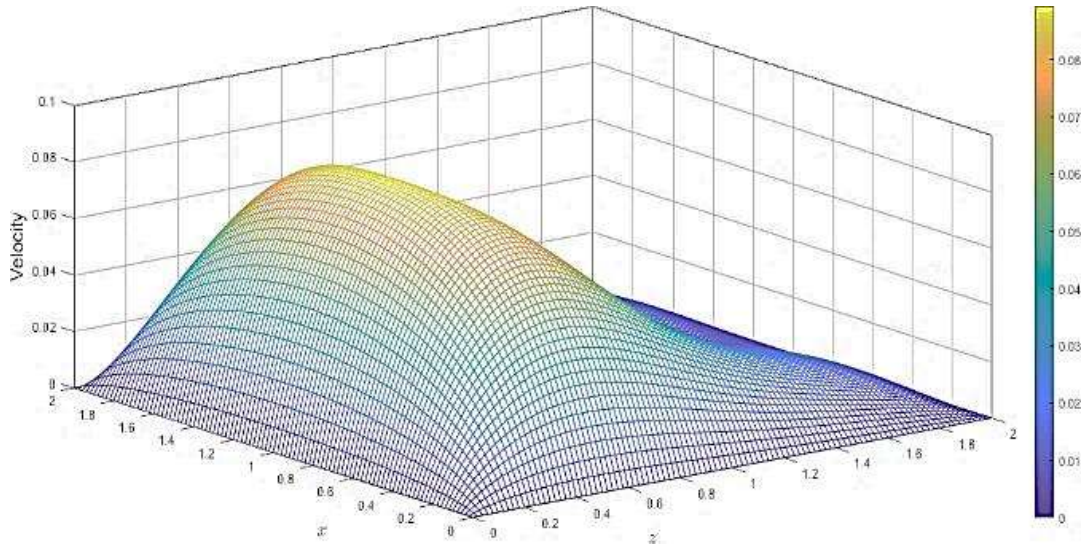
الشكل (C-4-4) يبين تأثير عدد برانتدل في حقل درجات الحرارة داخل القناة وبالحالة اللازمة
وعندما $Pr = 1$



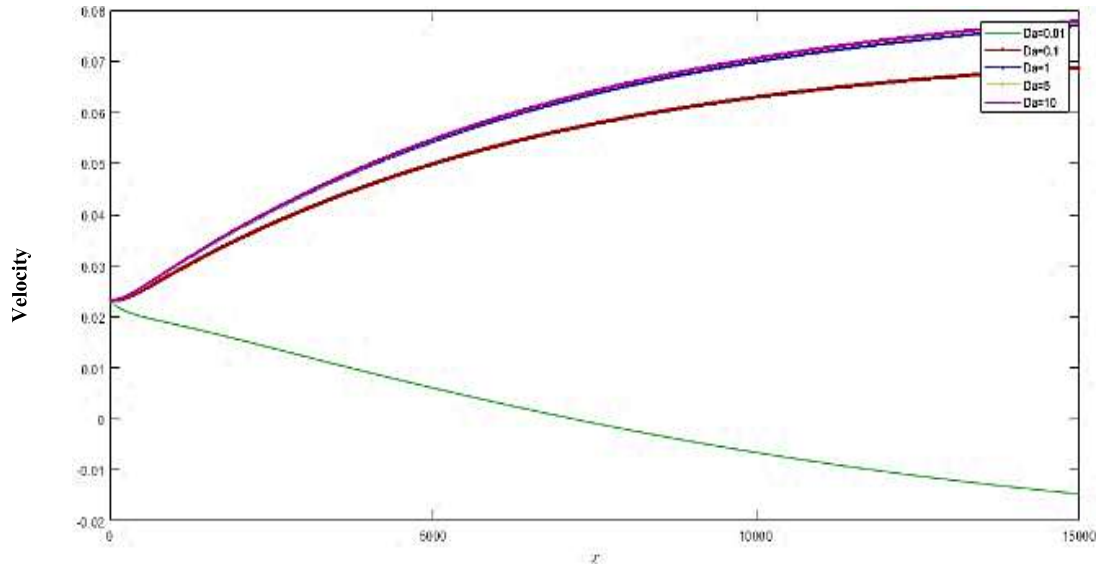
الشكل (D-4-4) يبين تأثير عدد برانتدل في حقل درجات الحرارة وعند
 $Pr = 0.01, 0.1, 0.3, 0.5, 1$ وبالحالة اللازمة

4-4 تأثير عدد دارسي Da في حقل السرعة والطاقة وفي كلا الحالتين الزمنية واللازمنية. يعطي عدد دارسي مؤشراً لكثافة المادة المسامية داخل القناة، فإذا كان ذا قيمة كبيرة فإن المادة المسامية تكون كذلك، والعكس بالعكس.

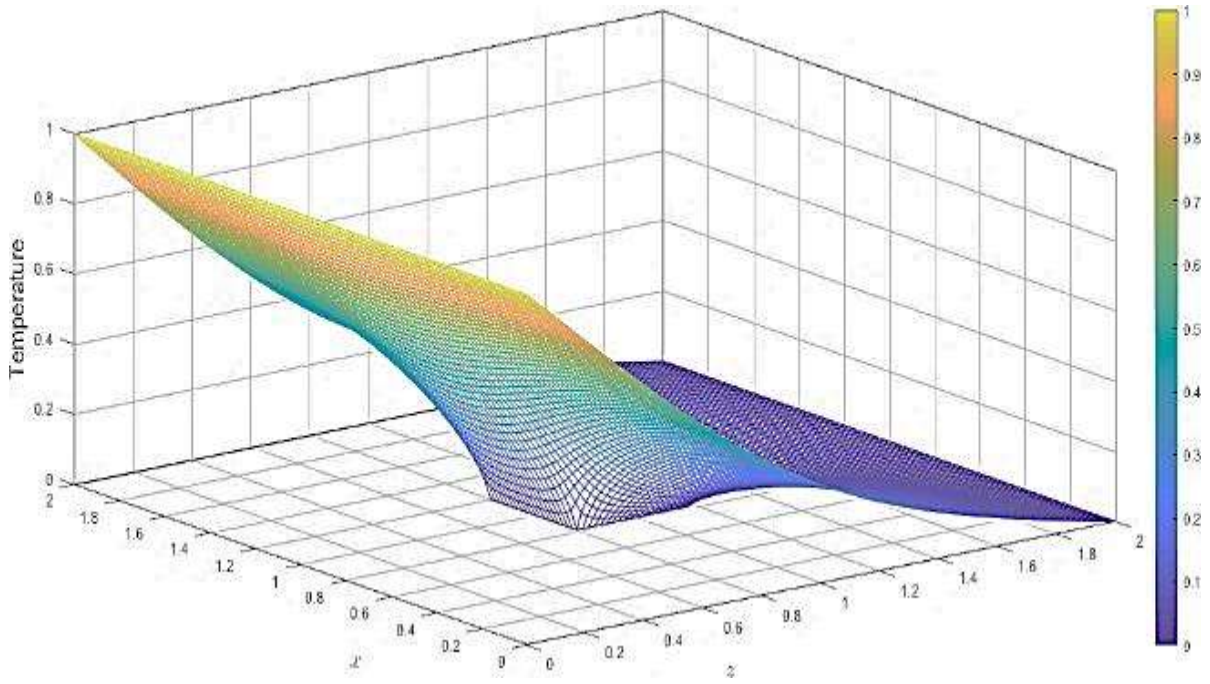
الأشكال (D-C-B-A-5-4) و (D-C-B-A-6-4) توضح تأثير عدد دارسي على توزيع السرعة ودرجات الحرارة وفي الحالتين الزمنية واللازمنية، إذ إن زيادة رقم دارسي مع ثبات قيمة المعلمات الأخرى يؤدي إلى زيادة السرعة بالإضافة إلى ملاحظة التأثير الطفيف في درجات الحرارة داخل القناة.



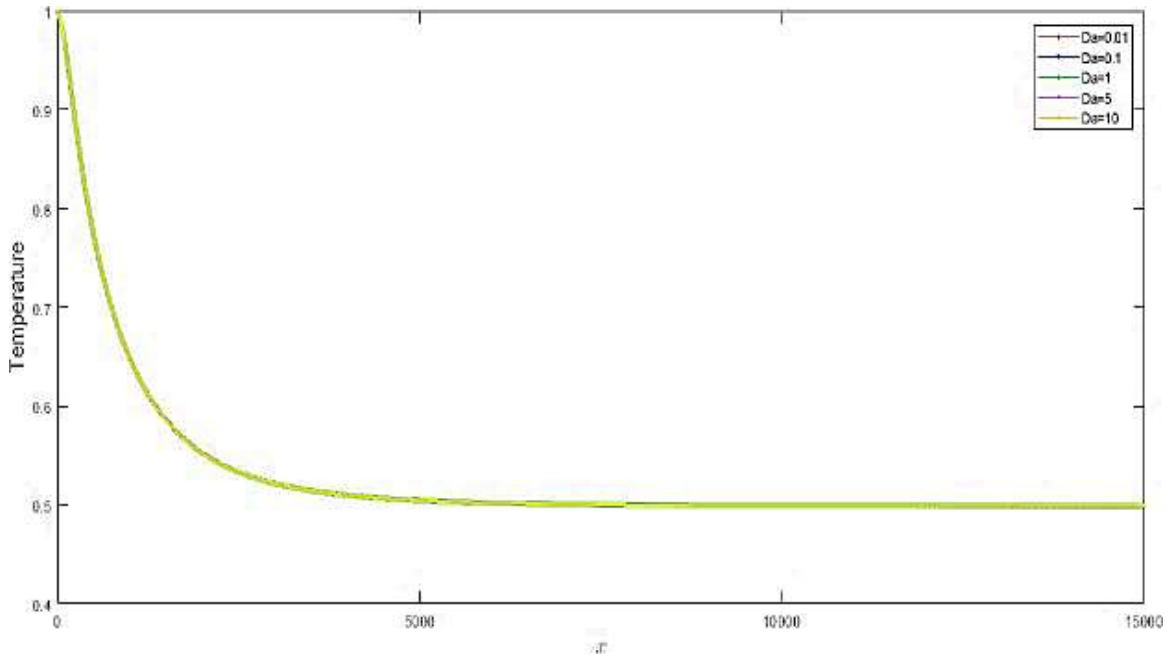
الشكل (A-5-4) يبين تأثير عدد دارسي في حقل السرعة داخل القناة وبالحالة الزمنية وعندما $Da = 10$



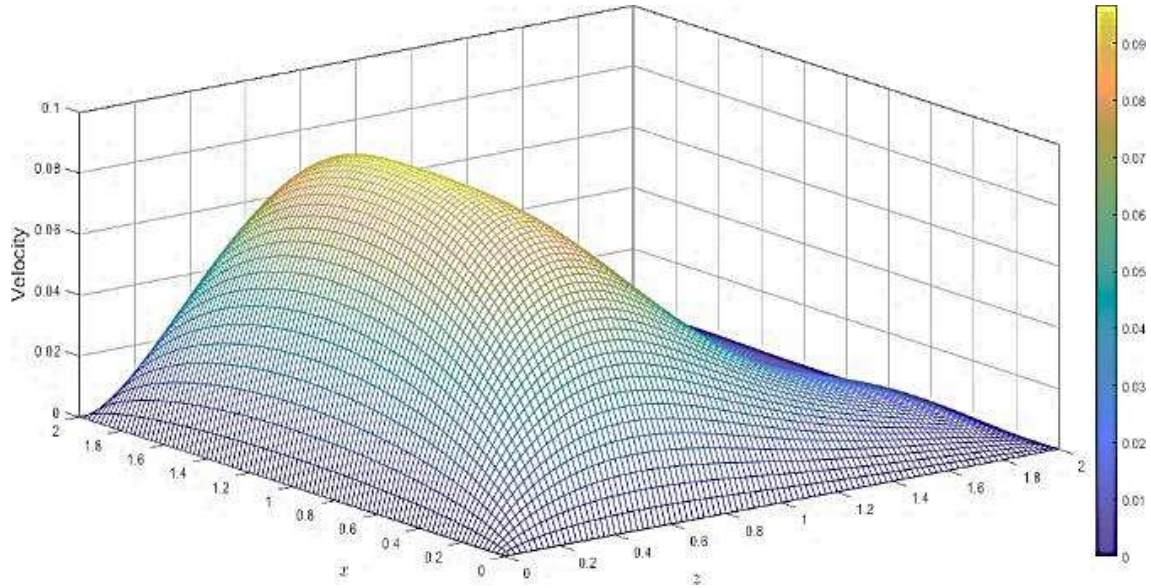
الشكل (B-5-4) يبين تأثير عدد دارسي في حقل السرعة وعند $Da = 0.01, 0.1, 1, 5, 10$ وبالحالة الزمنية



الشكل (C-5-4) يبين تأثير عدد دارسي في حقل درجات الحرارة داخل القناة وبالحالة الزمنية
وعندما $Da = 10$

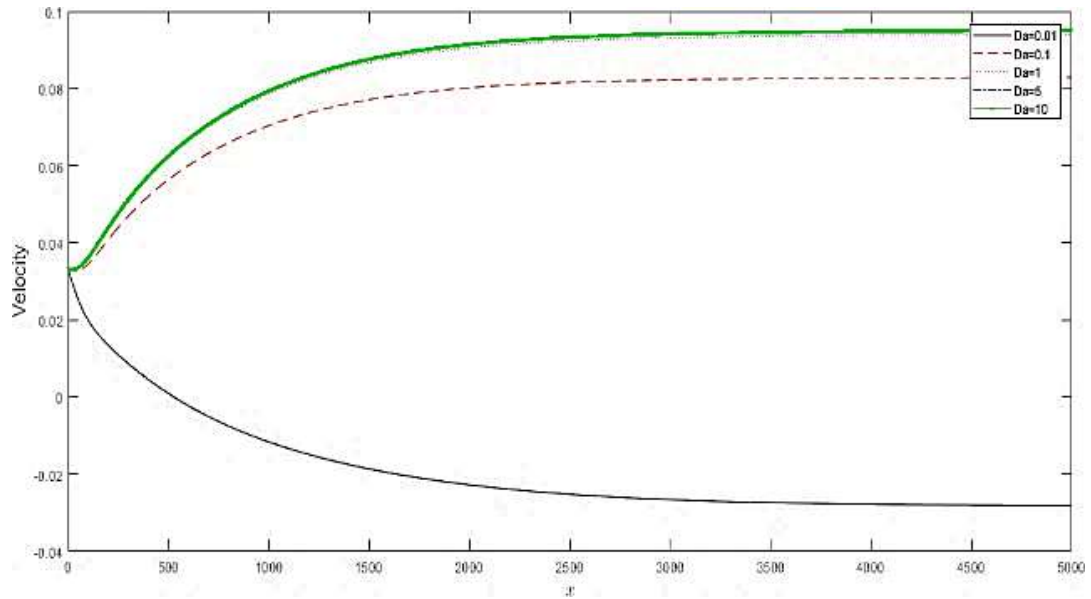


الشكل (D-5-4) يبين تأثير عدد دارسي في حقل درجات الحرارة وعند
بالحالة الزمنية $Da = 0.01, 0.1, 1, 5, 10$



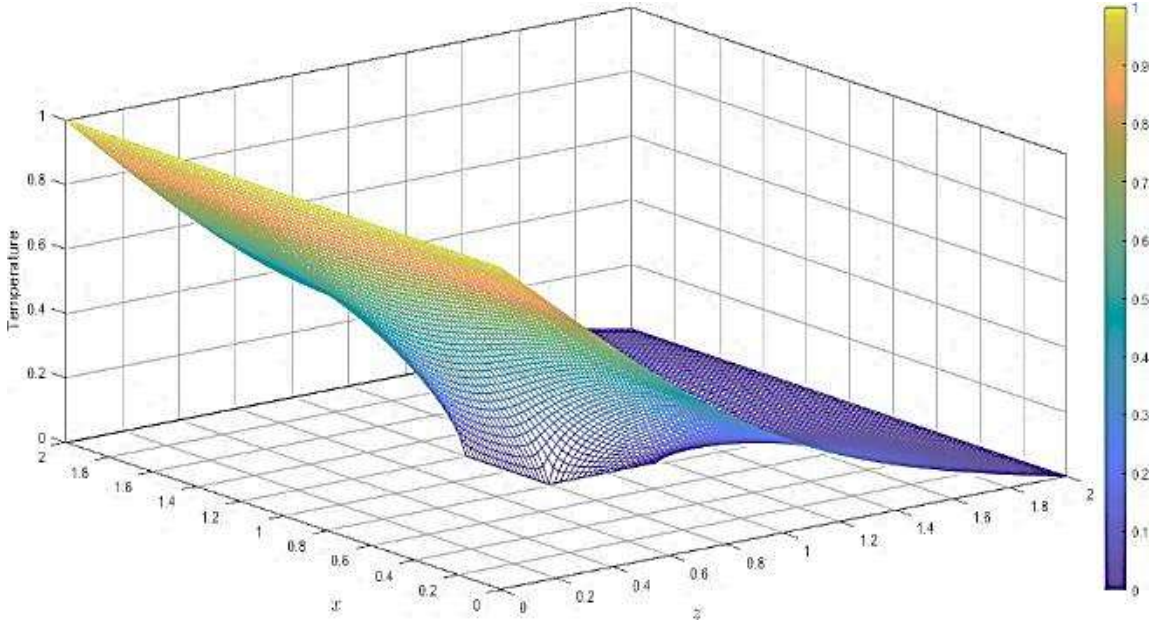
الشكل (A-6-4) يبين تأثير عدد دارسي في حقل السرعة داخل القناة وبالحالة اللازمة

وعندما $Da = 10$



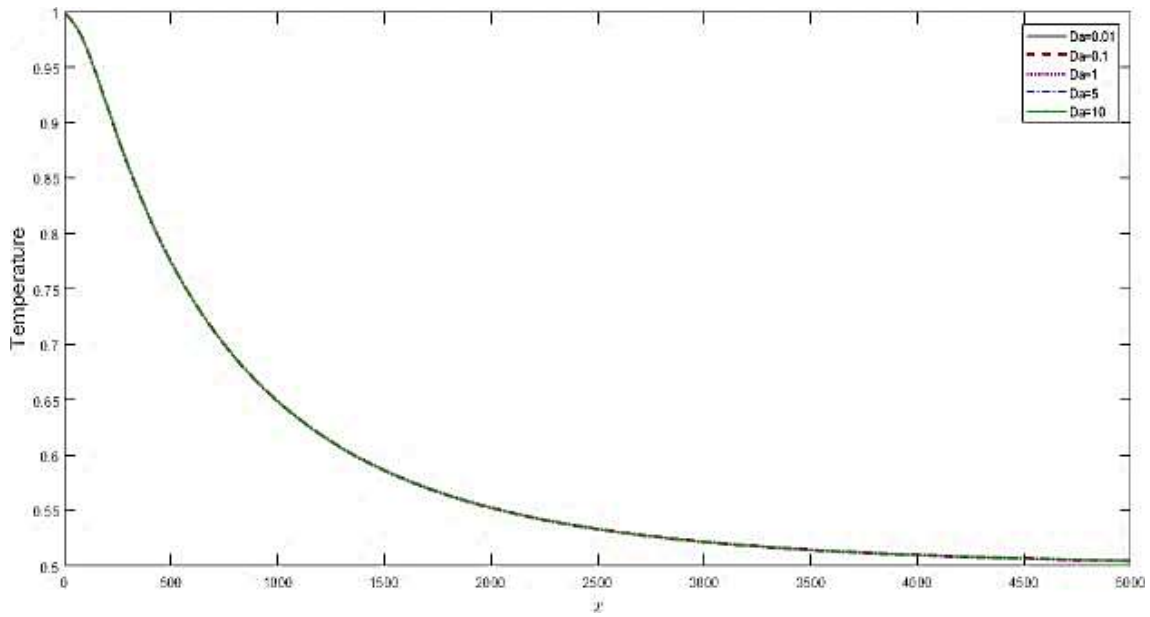
الشكل (B-6-4) يبين تأثير عدد دارسي في حقل السرعة وعند

وبالحالة اللازمة $Da = 0.01, 0.1, 1, 5, 10$



الشكل (C-6-4) يبين تأثير عدد دارسي في حقل درجات الحرارة داخل القناة وبالحالة

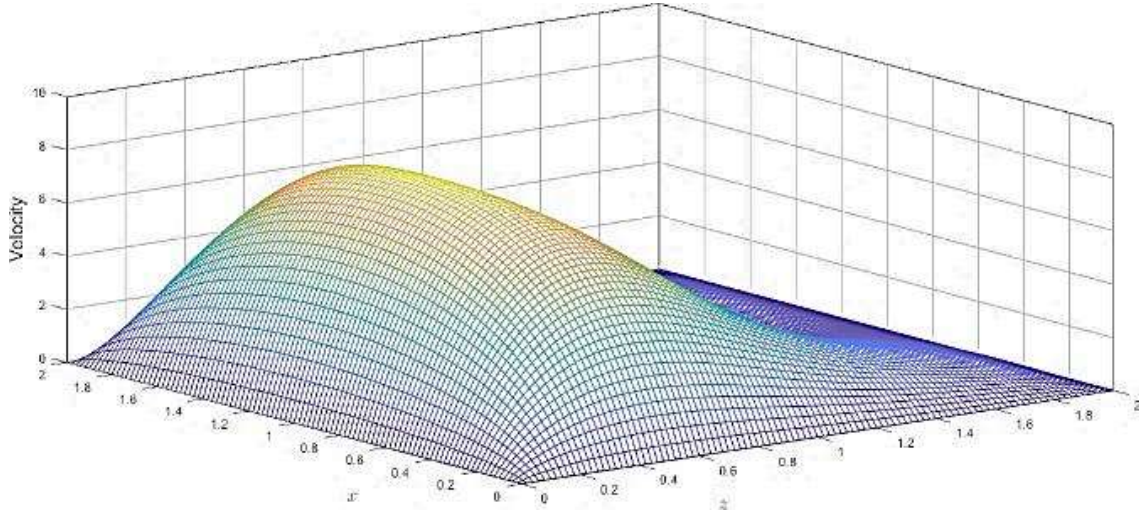
اللازمية وعندما $Da = 10$



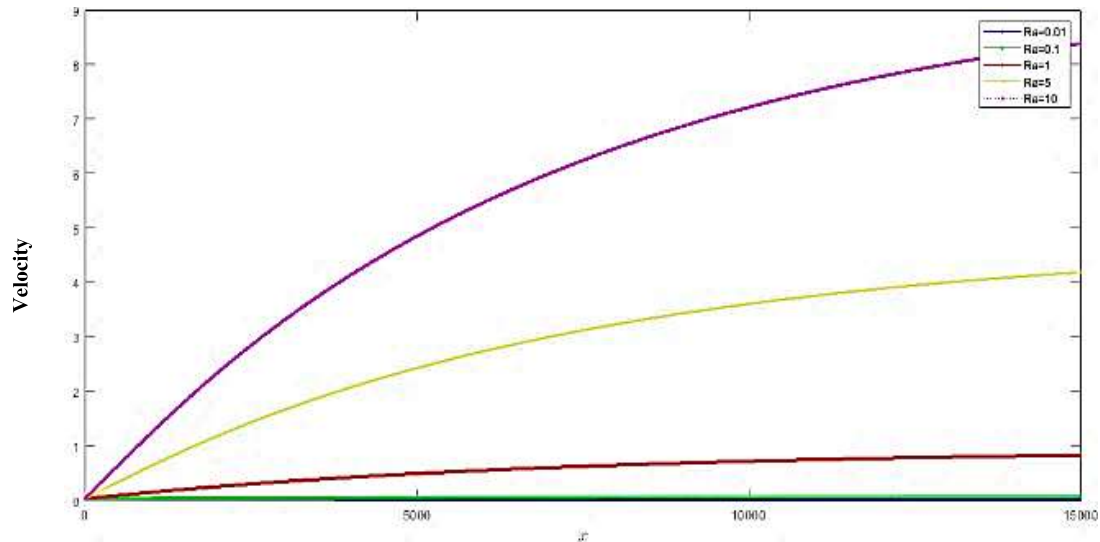
الشكل (D-6-4) يبين تأثير عدد دارسي في حقل درجات الحرارة وعند

وبالحالة اللازمية $Da = 0.01, 0.1, 1, 5, 10$

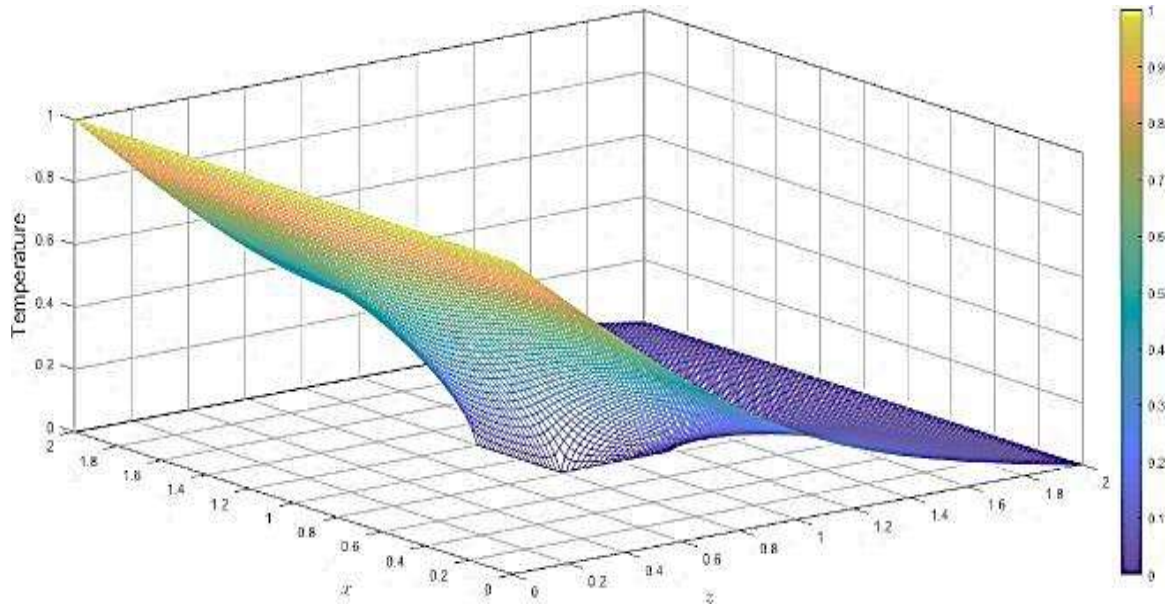
5-4 تأثير عدد رايلى Ra في جريان المائع وانتقال الحرارة وفي الحالتين الزمنية واللازمنية. الأشكال (D-C-B-A-7-4) تبين تأثير زيادة عدد رايلى على انتقال الحرارة والجريان وفي الحالة الزمنية، لوحظ من الأشكال أن زيادة رقم رايلى يؤدي إلى الجريان وتوليد الدوامات فيه، كذلك نلاحظ أن هناك زيادة ملحوظة مع درجات الحرارة وبصورة طردية مع زيادة رقم رايلى، وكما مبين في الأشكال (D-C-B-A-8-4)، وفي الحالة اللازمنية.



الشكل (A-7-4) يبين تأثير عدد رايلى في حقل السرعة داخل القناة وبالحالة الزمنية وعندما $Ra = 10$

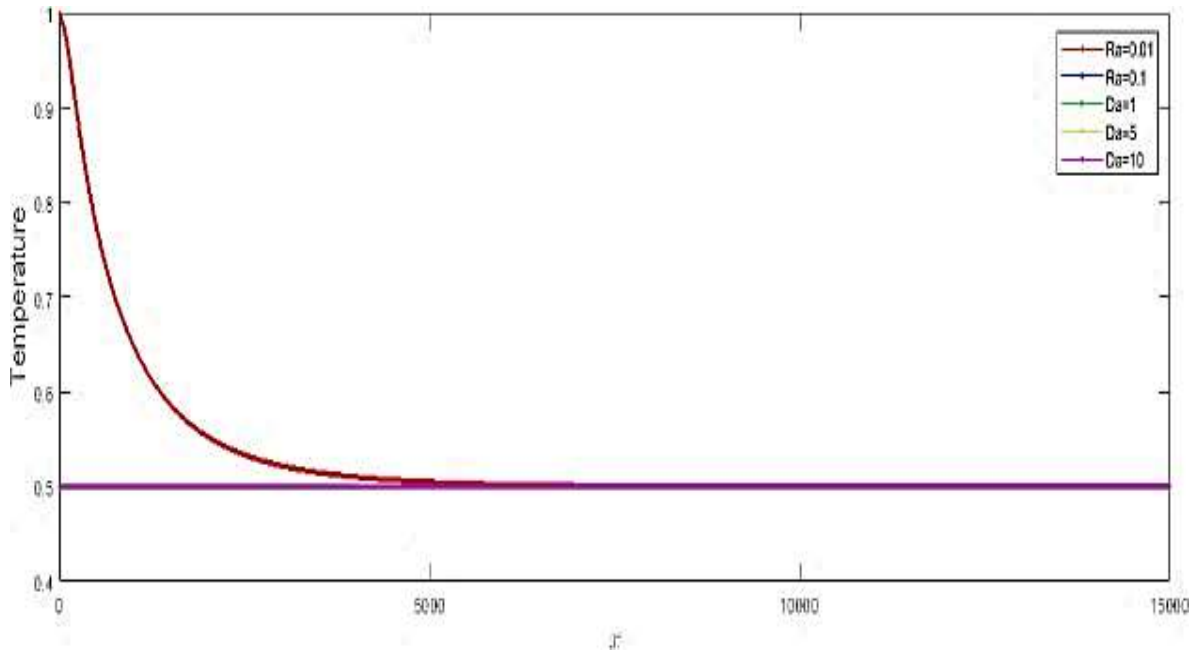


الشكل (B-7-4) يبين تأثير عدد رايلى في حقل السرعة وعند $Ra = 0.01, 0.1, 1, 5, 10$ وبالحالة الزمنية



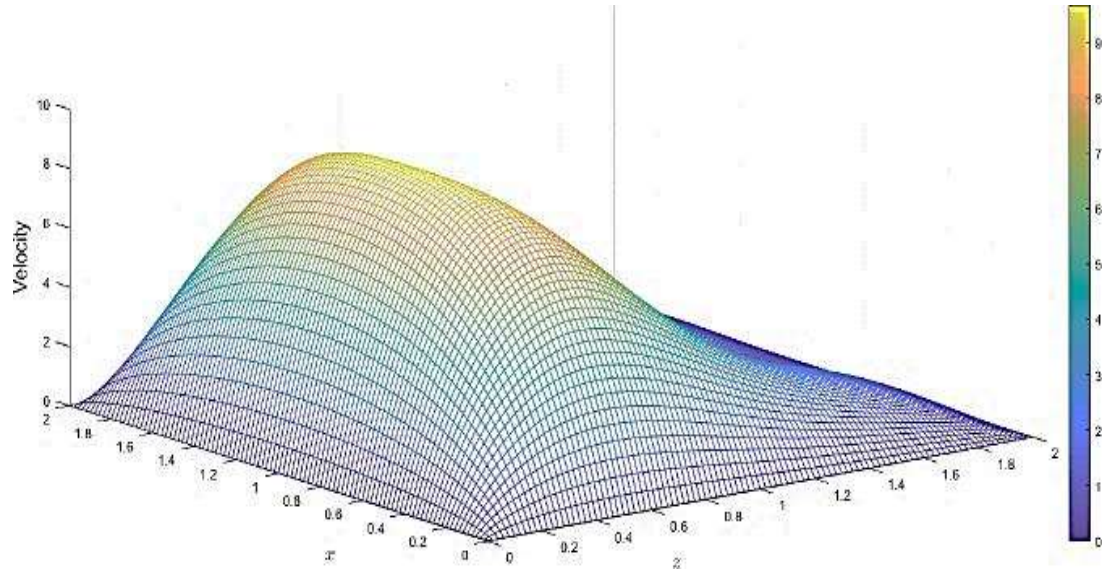
الشكل (C-7-4) يبين تأثير عدد راييلي في حقل درجات الحرارة داخل القناة وبالحالة الزمنية

وعندما $Ra = 10$



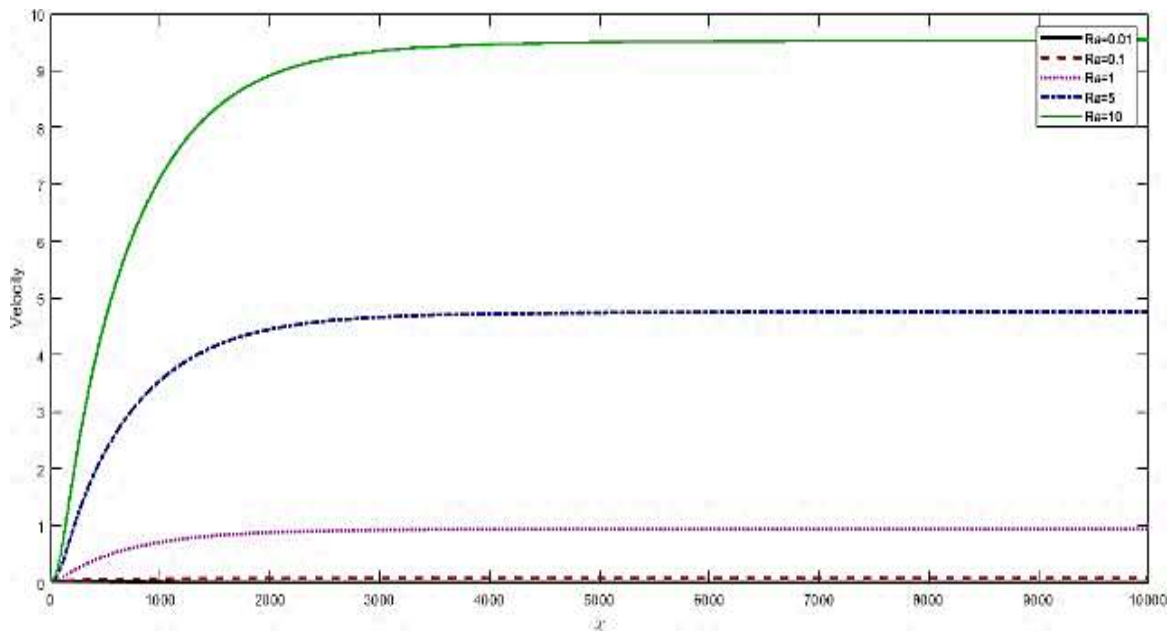
الشكل (D-7-4) يبين تأثير عدد راييلي في حقل درجات الحرارة وعند

$Ra = 0.01, 0.1, 1, 5, 10$ وبالحالة الزمنية



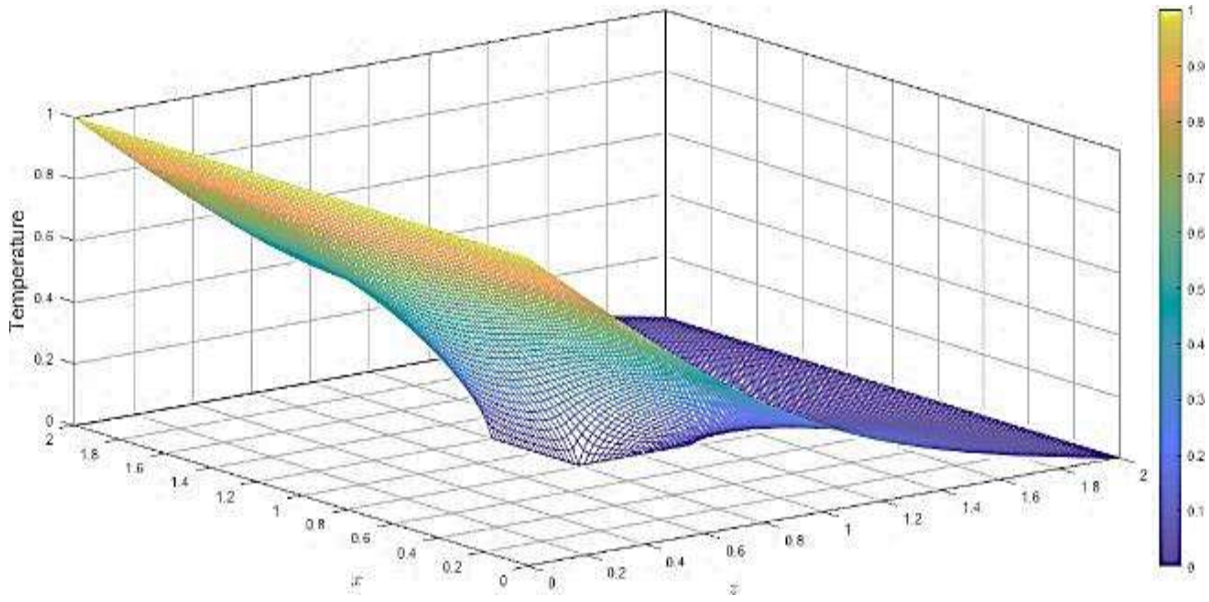
الشكل (A-8-4) يبين تأثير عدد راييلي في حقل السرعة داخل القناة وبالحالة اللازمية وعندما

$$Ra = 10$$



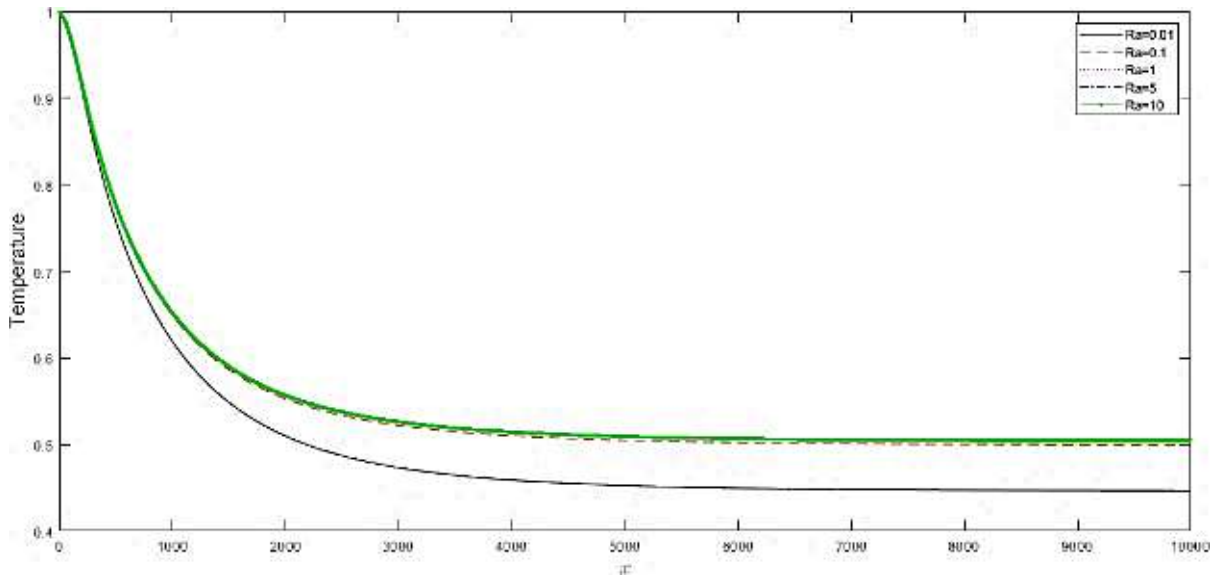
الشكل (B-8-4) يبين تأثير عدد راييلي في حقل السرعة وعند

$$Ra = 0.01, 0.1, 1, 5, 10$$



الشكل (C-8-4) يبين تأثير عدد رايلي في حقل درجات الحرارة داخل القناة وبالحالة اللازمية

وعندما $Ra = 10$



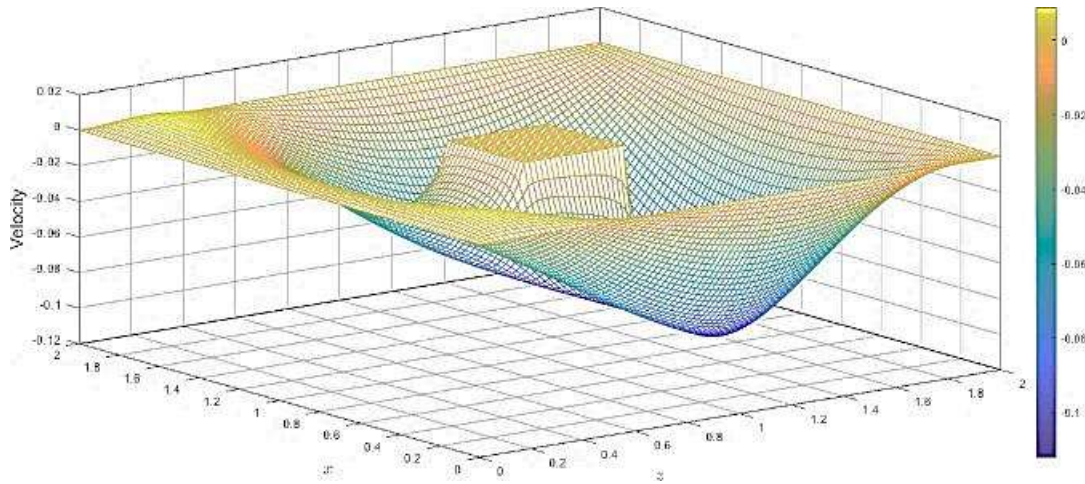
الشكل (D-8-4) يبين تأثير عدد رايلي في حقل درجات الحرارة وعند

$Ra = 0.01, 0.1, 1, 5, 10$ وبالحالة اللازمية

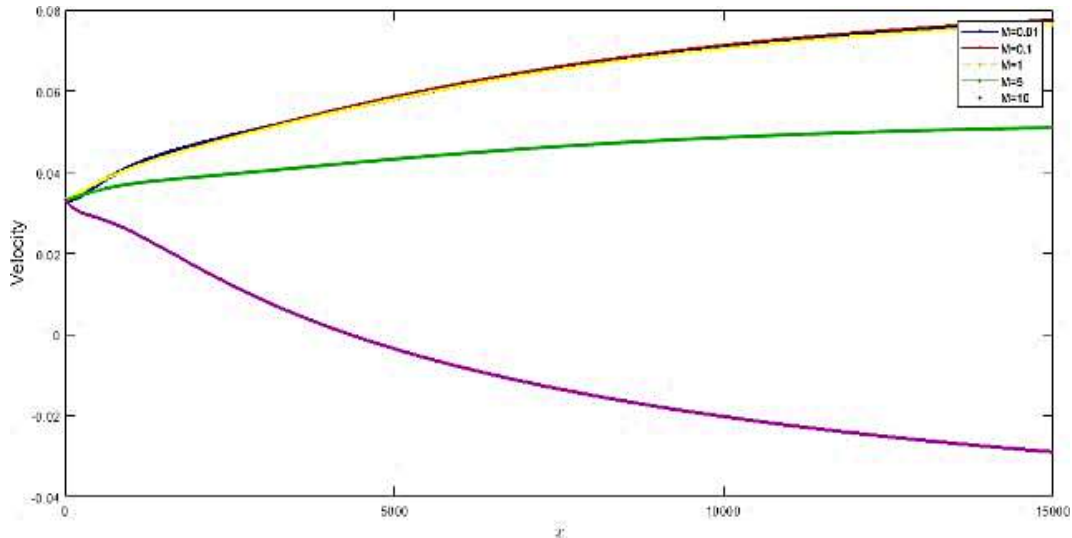
6-4 تأثير عدد هارتمان M في السرعة والطاقة وفي كلا الحالتين الزمنية واللازمنية.

الأشكال (B-A-9-4) تبين تأثير عدد هارتمان في جريان المائع في الحالة الزمنية، إذ لوحظ عند زيادة رقم هارتمان فإن السرعة تبدأ بالتباطؤ إلى ان تصل إلى الحالة المستقرة، بينما زيادة رقم هارتمان وفي الحالة اللازمنية يؤدي إلى زيادة السرعة داخل القناة، وكما مبين في الأشكال (B-A-10-4).

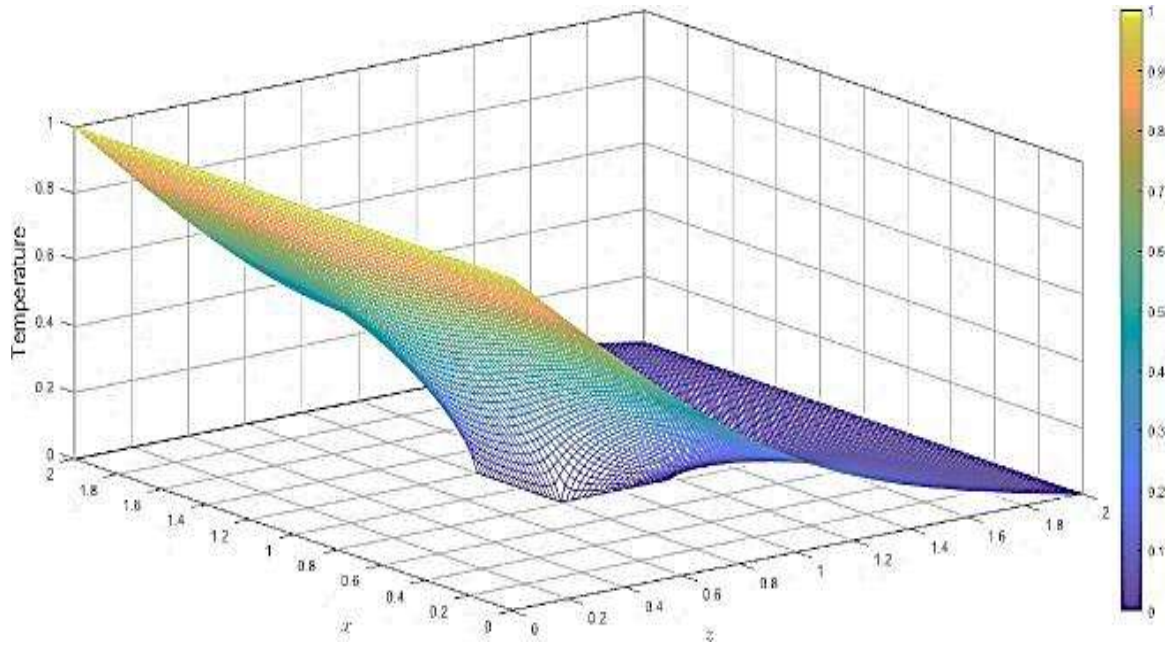
وتأثير رقم هارتمان في معادلة الطاقة مختلف تماماً عن تأثيره في الحركة، إذ لاحظنا من خلال الأشكال (D-C-9-4) و (D-C-10-4)، ان الزيادة والنقصان في الرقم المذكور يؤدي إلى الزيادة والنقصان في درجات الحرارة وفي كلا الحالتين الزمنية واللازمنية.



الشكل (A-9-4) يبين تأثير عدد هارتمان في حقل السرعة داخل القناة وبالحالة الزمنية
وعندما $M = 10$

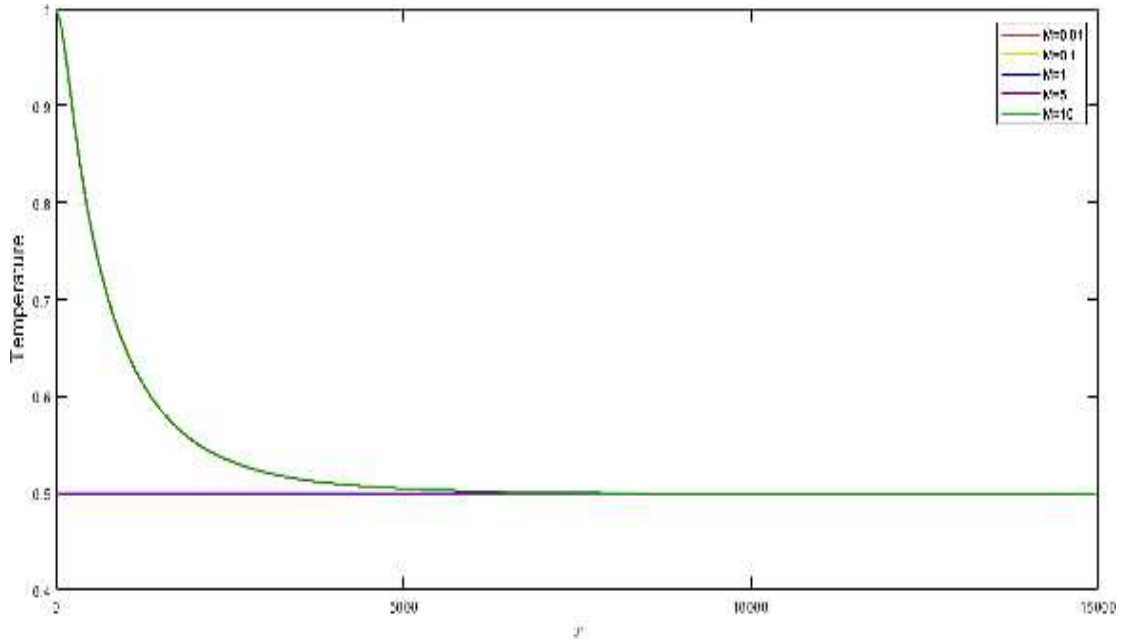


الشكل (B-9-4) يبين تأثير عدد هارتمان في حقل السرعة وعند
 $M = 0.01, 0.1, 1, 5, 10$ وبالحالة الزمنية



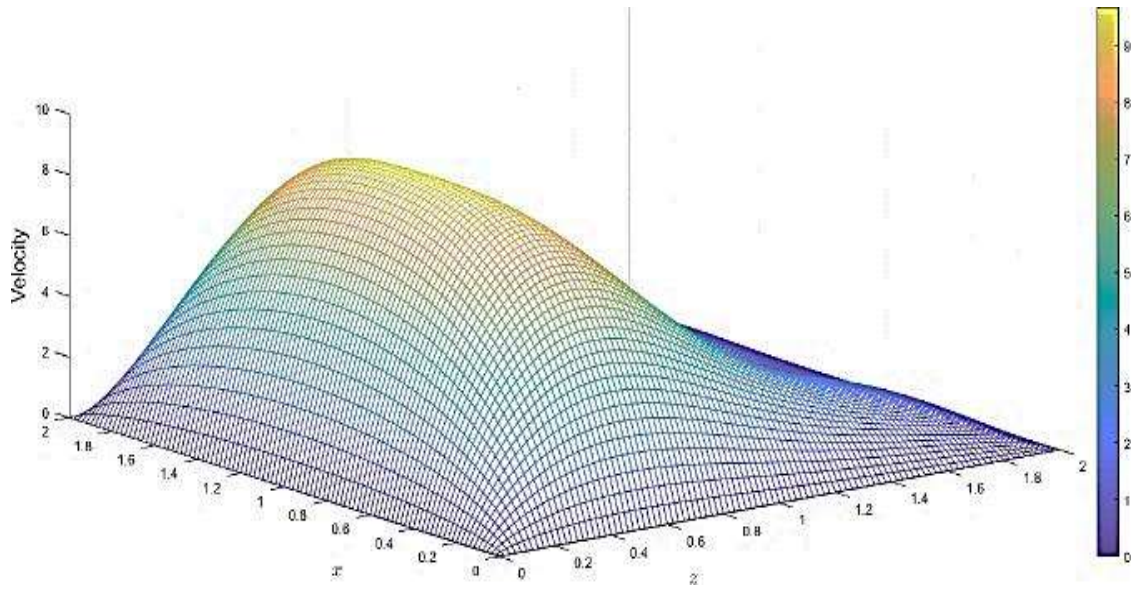
الشكل (C-9-4) يبين تأثير عدد هارتمان في حقل درجات الحرارة داخل القناة وبالحالة الزمنية

وعندما $M = 10$



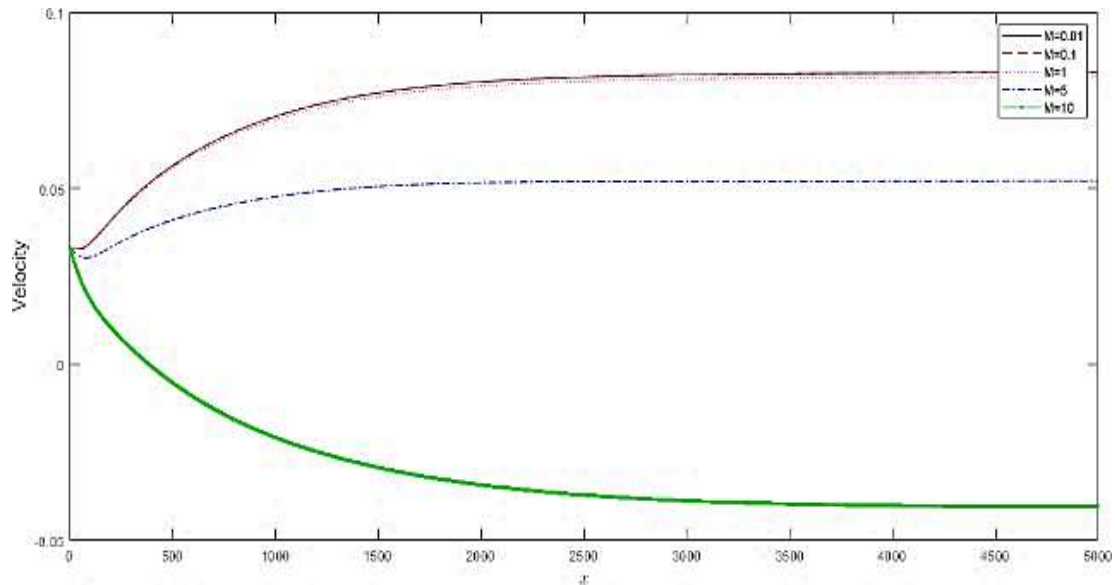
الشكل (D-9-4) يبين تأثير عدد هارتمان في حقل درجات الحرارة وعند

وبالحالة الزمنية $M = 0.01, 0.1, 1, 5, 10$



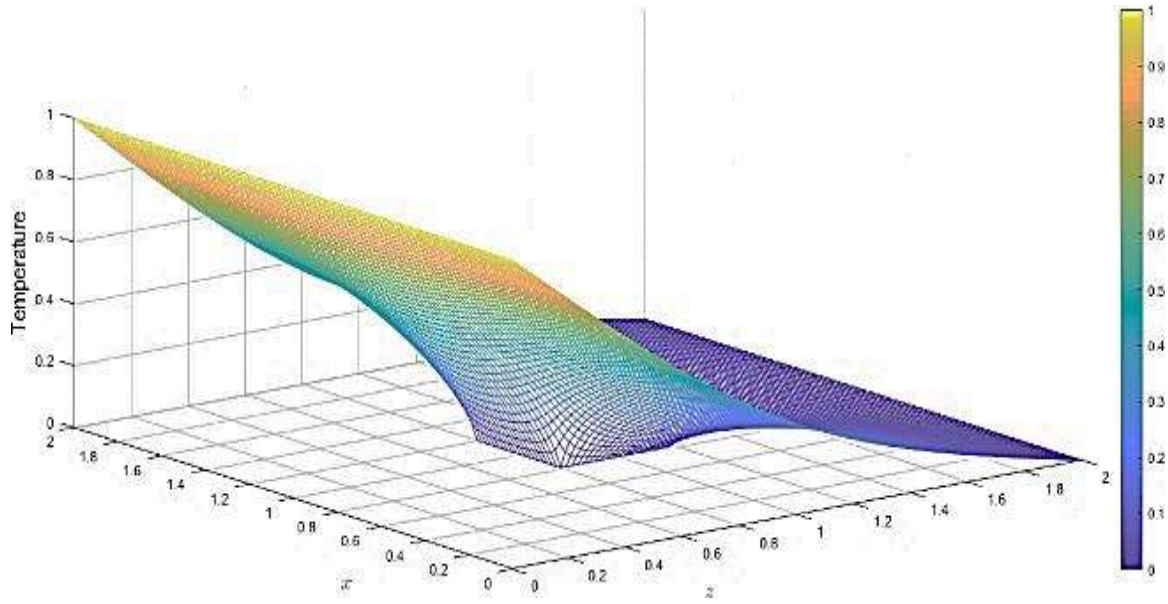
الشكل (A-10-4) يبين تأثير عدد هارتمان في حقل السرعة داخل القناة وبالحالة اللازمية

وعندما $M = 10$



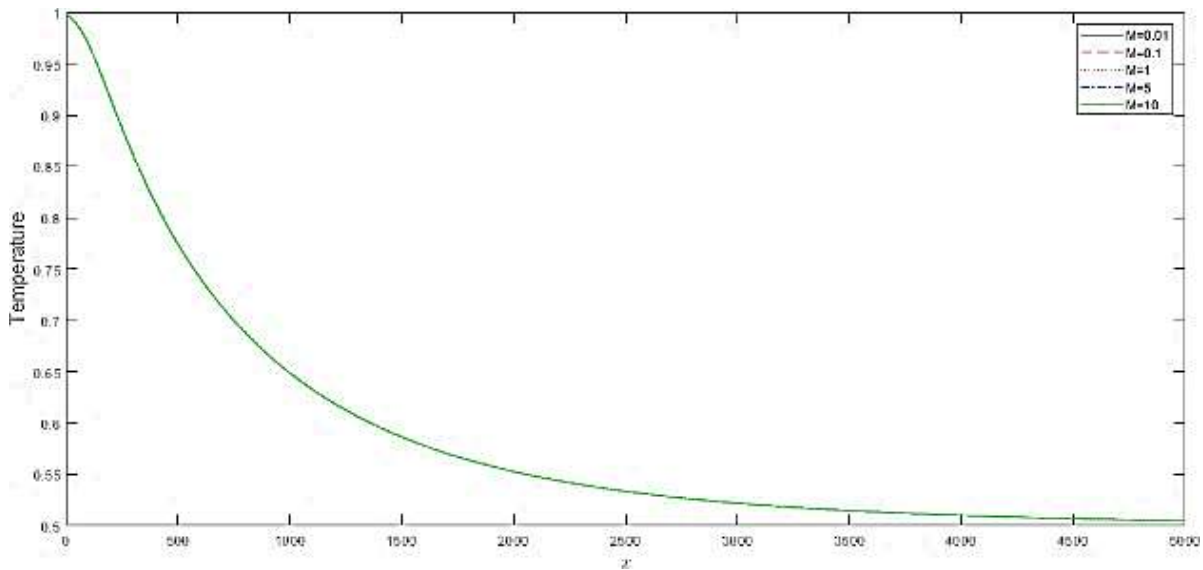
الشكل (B-10-4) يبين تأثير عدد هارتمان في حقل السرعة وعند

وبالحالة اللازمية $M = 0.01, 0.1, 1, 5, 10$



الشكل (C-10-4) يبين تأثير عدد هارتمان في حقل درجات الحرارة داخل القناة وبالحالة

اللازمية وعندما $M = 10$



الشكل (D-10-4) يبين تأثير عدد هارتمان في حقل درجات الحرارة وعند

$M = 0.01, 0.1, 1, 5, 10$ وبالحالة اللازمية

7-4 الإستنتاجات Conclusions:

- من خلال النتائج التي تم الحصول عليها اثناء الدراسة الحالية، نستنتج ما يلي:
1. عندما يتم تقليل معلمة الإشعاع، تزداد درجات الحرارة، بينما تتناقص السرعة في الحالة الزمنية، وبينما تزداد حقلي السرعة ودرجات الحرارة مع زيادة معلمة الاشعاع في الحالة اللازمية.
 2. مع زيادة قيمة عدد برانتل تنخفض سرعة مجال التدفق، وبينما يكون تأثيره طفيفاً في درجات الحرارة، وفي كلا الحالتين قيد الدراسة.
 3. عند زيادة معامل دارسي تزداد أيضاً سرعة المائع، بينما سيكون تأثيره طفيفاً في درجات الحرارة وفي كلا الحالتين الزمنية واللازمية.
 4. مع زيادة عدد رايلي، تزداد أيضاً مجالات درجة الحرارة والسرعة، وفي كلا الحالتين الزمنية واللازمية.
 5. في الحالة الزمنية كلما زاد رقم هارتمان تتباطئ السرعة، وتزداد السرعة مع زيادة رقم هارتمان في الحالة اللازمية. بينما ملامح درجات الحرارة ترتفع مع إرتفاع رقم هارتمان وفي كلا الحالتين الزمنية واللازمية.

8-4 التوصيات Recommendations:

- بعد إتمام بناء النموذج الرياضي ووضع المعادلات الأساسية التي تتحكم فيه، وحل هذه المعادلات ومن ثم وضع الاستنتاجات، ولغرض إجراء دراسات مستقبلية، فإننا نوصي بالآتي:
- 1- تغيير شكل الجسم العازل داخل القناة إلى مستطيل أو دائرة، وبيان تأثير ذلك على المسألة.
 - 2- استخدام الإحداثيات الكروية Spherical Coord، في النموذج قيد الدراسة.
 - 3- استخدام تقنيات الذكاء الإصطناعي لحل النموذج قيد الدراسة.
 - 4- وضع أكثر من جسم عازل داخل القناة ومعرفة تأثير ذلك على حقلي السرعة ودرجات الحرارة.

المصادر References

أولاً: المصادر العربية:

أحمد، عصام محمد عبدالماجد، وآخرون (2001). الموائع. الدار السودانية للكتاب، الخرطوم، السودان.

الشماع، كامل عبدالامير، (1990). ميكانيك الموائع. جامعة البصرة، مطبعة دار الحكمة، البصرة، العراق.

صديق، محمد هاشم، (2006). ميكانيكا الموائع، مطبعة جامعة الخرطوم، السودان،
DOI:[10.13140/RG.2.1.3558.2563](https://doi.org/10.13140/RG.2.1.3558.2563)

الطحان، ياسين هاشم وعبد الصابر إبراهيم. (1990). ميكانيك الموائع. دار الحكمة للطباعة والنشر، جامعة الموصل، العراق.

العمرى، محمود أحمد. (2014). أساسيات في علم الموائع. مكتبة المجتمع العربي للنشر والتوزيع، عمان، الأردن.

خضيرى، السيد محمد أبو دهب ونوفل طاهر عبد الحميد. (2020) مقدمة في المعادلات التفاضلية، مراجعة: عبد المعطي محمد عبد الله (ط. 1). سوهاج: دار ماستر للنشر- ISBN:978-977-85571-1-4. QID:Q122642210.

ثانياً: المصادر الاجنبية:

Abbas Saeed Hussain Falah Hadi Mhawish, Natural Convection Heat Transfer in a Square Porous Enclosure with Corner Heating and Magnetic Field. Al-Rafidain Engineering Vol.22 No. 5 Dec. 2014.

Algwaish Gh., and et al, (2023) A Numerical Simulation of Convection and Conduction Heat Transfer for a Fluid in a Porous Medium EUROPEAN JOURNAL OF PURE AND APPLIED MATHEMATICS Vol. 16, No. 2, 833-846.

- Al-Kamil, M. T. (2021) "Fluid Mechanics", *Mechanobiology Handbook*, pp. 23-44.
- Al-Khafajy, D. G. S., & Noor, A. L. (2022). The peristaltic flow of jeffrey fluid through a flexible channel. *Iraqi Journal of Science*, 5476-86.
- Al-Naglah, M. A. (1997). Second-law-based thermoeconomic analysis and optimization of thermal-energy-storage systems. King Fahd University of Petroleum and Minerals (Saudi Arabia).
- Anderson, D., Tannehill, J. C., Pletcher, R. H., Munipalli, R., & Shankar, V. (2020). *Computational fluid mechanics and heat transfer*. CRC press.
- Bahiraee, Mehdi, Ali Monavari, and Hossein Moayedi. "Second law assessment of nanofluid flow in a channel fitted with conical ribs for utilization in solar thermal applications: effect of nanoparticle shape." *International Journal of Heat and Mass Transfer* 151 (2020):119387.
<https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2020.119387>
- Canale, R. P., & Chapra, S. C. (2002). Modeling zebra mussel impacts on water quality of Seneca River, New York. *Journal of Environmental Engineering*, 128(12), 1158-1168.
- Castellanos, A. (Ed.). (2014). *Electrohydrodynamics* (Vol. 380). Springer.
- Cengel, Y., and Cimbala, J. (2013). *Ebook: Fluid mechanics fundamentals and applications (si units)*. McGraw Hill.
- Fletcher, R. (1995). *The limits of settlement growth: A theoretical outline*. Cambridge University Press.
- Ghosh, Sudipta, and Swati Mukhopadhyay. "MHD slip flow and heat transfer of Casson nanofluid over an exponentially stretching permeable sheet." *International Journal of Automotive and Mechanical Engineering* 14, no. 4 (2017): 4785-4804.
<https://doi.org/10.15282/ijame.14.4.2017.14.0375>

- Hammodat A., and et al, (2021), The effects of electrical conductivity on fluid flow between two parallel plates in a porous medium. *Iraqi J. Sci.*, 113:4953–4963.
- Hammodat A., and Almishlih, Z. A. (2020). Numerical solution of fluid flow in horizontal tube under effects of radiation field. *Open Access Library Journal*, 7(5), 1-12.
- Hughes, W. F., & Brighton, J. A. (1967). *Schaum's outline of theory and problems of fluid dynamics*.
- Ismaeel M.A." Partitioning and Magnetic Field Effects on Free Convection in a Square Cavity Filled with Porous Medium with Uniform Heat ", *International Journal of Energy and Technology* 4 (5), pp.1–11, 2012.
- Karthikeyan S., and et al, (2013), Thermal radiation effects on MHD convective flow over a plate in a porous medium by perturbation technique. *App. Math. and Comp. Intel.*, 2 (1):75–83.
- Khare, A., & Sukhatme, U. (1989). Phase-equivalent potentials obtained from supersymmetry. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 22(14), 2847.
- Krishnamurthy, M. R., Giresha, B. J., Prasannakumara, B. C. and R. S. R. Gorla, Thermal radiation and chemical reaction effects on boundary layer slip flow and melting heat transfer of nanofluid induced by a nonlinear stretching sheet, *Nonlinear Engineering*, (2016), DOI:10.1515/nleng-2016-0013.
- Lighthill, J. (2001). *Waves in fluids*. Cambridge university press.
- Logan, J. D. (2013). *Applied mathematics*. John Wiley & Sons.
- Manjunatha, S., B. Ammani Kuttan, S. Jayanthi, Ali Chamkha, and B. J. Giresha. "Heat transfer enhancement in the boundary layer flow of hybrid nanofluids due to variable viscosity and natural convection." *Heliyon* 5, no. 4 (2019): e01469.

<https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2019.e01469>

Mansour M.A., Chamkha A.J., Mohamed R.A., Abd El-Aziz M.M. and Ahmed S.E. "MHD natural convection in an inclined cavity filled with a fluid saturated porous medium with heat source in the solid phase", *Nonlinear Analysis: Modeling and Control*, Vol. 15, No. 1, 55–70, 2010.

Saleh H., Roslan R. and Hashim I. " Natural convection in a porous trapezoidal enclosure with an inclined magnetic field", *Computers and Fluids* 47 ,155–164, 2011.

Veeresh, S. Vijayakumar and D. Praveena, (2015), Heat and mass transfer in MHD free convection chemically reaction and radiative flow in a moving inclined porous plate with temperature dependent heat source and joul heating. *Best: International Journal of Management, Information Technology and Engineering (BEST: IJMITE)*. 3(11):63-74.

Abstract

In this thesis, the problem of heat transfer by convection, conduction, and radiation to a fluid through the application of a vertical magnetic field was discussed, in both steady and unsteady cases. A new mathematical model was built, which is a system of non-linear partial differential equations, in Cartesian coordinates, that physically represents an incompressible fluid inside a square-shaped channel separated by a specific distance, and containing an insulating solid body in the middle. This system was solved using the alternative explicit direction method (ADE), which is one of the finite difference methods. The behavior of the temperatures inside the channel was found through the heat equation, and the method of fluid transfer inside the square channel was found. Through the equation of motion.

The effect of the Darcy number, the Rayleigh number, the Prandtl parameter, the Hartmann number, and the radiation constant parameter on the fluid transport behavior inside the channel was studied. Finally, numerical solutions for the system were found through shapes and graphs, and then the necessary conclusions and recommendations for future work were drawn up.

**Study of The Impact of Heat Transfer on
Steady and Unsteady Fluid Flow
in a Porous Media**

**A Thesis Submitted
by
Rasha Nazar Fadhl Mohammed Al-Sanjari**

**The Council of College of Education for Pure Sciences
University of Mosul In Partial Fulfilment of Requirments
for The Degree of M.Sc.
In
Mathematics**

**Supervise by
Prof.
Dr. Alaa A. A. Hammodat**

2024 A.D.

1446 A.H.

**University of Mosul
College of Education
for Pure Sciences**



**Study of The Impact of Heat Transfer on
Steady and Unsteady Fluid Flow
in a Porous Media**

Rasha Nazar Fadhl Mohammed Al-Sanjari

**M.Sc. Thesis
Mathematics**

**Supervise by
Prof.
Dr. Alaa A. A. Hammodat**

2024 A.D.

1446 A.H.