

University of Mosul  
College of Education  
For Pure Sciences



***Reverse Building of Complete  $(k,r)$ -arcs in  $PG(2,q)$   
Related with Linear Codes***

**Mina Ghareeb Faraj AL-buebudi**

***M.Sc Thesis  
Mathematics.***

***Supervised by  
Assistant Professor***

**Dr. Nada Yassen Kasm Yahya**

**2020 A.D.**

**1442 A.H.**

# Abstract

A  $(k_r, r)$ -arc  $\mathcal{K}$  in a finite projective plane is a set of  $k_r$  points such that no  $r + 1$  of them are collinear."

A  $(k_r, r)$ -arc is complete if it is not contained in a  $(k_{r+1}, r)$ -arc.

A  $(k_r, r)$ -arc is maximal if and only if every line in  $PG(2, p)$  is a  $r$ -secant or  $\theta$ -secant.

An  $(b, t)$ -blocking set  $\beta$  in  $PG(2, q)$  is a set of  $b$  points such that every line of  $PG(2, q)$  intersects  $\beta$  in at least  $t$  points, and there is a line intersecting  $\beta$  in exactly  $t$  points.

A linear code  $[n, 3, d]_q$  is a three length system  $n$  and then 3 with the Shortest distance between the codes  $d$  is defined to be the number of Coordinate places between distinct codewords on the Galois field  $GF(q)$ .

The aim of this thesis is to study Reverse Building of complete  $(k_i, i)$ -arcs in the projective plane  $PG(2, q)$ , where  $i = q+1, q, \dots, 2$ . When  $q = 9, 16$  In two geometric methods, by eliminating points from a complete  $(k_r, r)$ -arc to get a complete  $(k_m, m)$ -arc, where  $m > r$ , in the chapter two section (2.4), (2.5) and in the chapter three section (3.4), (3.5). We found a comparison between the two methods in the section (2.6), (3.6) and like us, the two methods with a graph tree in the section (2.7), (3.7). We get, new geometric rule  $(k_r, r)\text{-arc} = (r^2, r)\text{-arc}$  in all the arcs. We have proved theoretically that in theorem (1.5.11), (1.5.14), (1.5.18).

Finally, By computer programs we get points and lines in  $PG(2, 9)$  and  $PG(2, 16)$ .

# المستخلص

القوس  $(k_r, r)$  في مستوي اسقاطي منته هو مجموعة من  $k_r$  من النقاط بحيث لا يوجد  $r + 1$  منها على استقامة واحدة. القوس  $(k_r, r)$  يكون كاملاً اذا لم يكن محتوي في القوس  $(k_{r+1}, r)$ . القوس  $(k_r, r)$  يكون أعضم قوس اذا فقط اذا كان كل مستقيم في المستوي الاسقاطي  $PG(2, q)$  اما يقطع القوس ب  $r$  او لا يقطع باي نقطه .

تعرف المجموعة  $\beta$  القالبية  $[b, t]$  في المستوي الاسقاطي  $PG(2, q)$  هي مجموعة  $b$  من النقاط ،اذ أن كل خط في المستوي الاسقاطي  $PG(2, q)$  يقطع  $b$  بما لا يقل عن  $t$  من النقاط ويوجد خط يقطع  $b$  ب  $t$  من النقاط بالضبط .

الشفرة الخطيه  $[n, k, d]_q$  هي نظام ثلاثي طولها  $n$  وبعده  $k$  مع وجود اقصر مسافة بين الشفرات  $d$  معرفة على حقل كالوا  $GF(q)$ .

من الاهداف الرئيسية لهذه الرسالة هو دراسة البناء العكسي للقوس  $(k_i, i)$  الكاملة في المستوي الاسقاطي  $PG(2, q)$  حيث ان  $i = q+1, q, \dots, 2$  عندما  $q=9, 16$  ، وجدنا طريقتين هندسيتين بواسطة حذف النقاط من القوس  $(k_r, r)$  الكامل لنحصل على القوس  $(k_m, m)$  الكامل حيث ان  $r < m$  في الفصل الثاني بالفقره (2.4)(2.5) وبالفصل الثالث بالفقره (3.4)(3.5) ووجدنا مقارنه بين الطريقتين في الفقره (2.6) ، (3.6) ومثلنا الطريقتين بشجره بيانيه في الفقره (3.7) ، (2.7) و كذلك قمنا بايجاد النقاط ذات المؤشر الصفري و المجموعات القالبية والشفرات الخطيه المرتبطة بها بالجداول . ووجدنا قاعده هندسية جديده تتحقق بجميع الاقواس  $(k_r, r)\text{-arc} = (r^2, r)\text{-arc}$  . ولقد اثبتنا ذلك نظريا واستطعنا تحقيق المبرهنات (1.5.10)(1.5.11)(1.5.18).

أخيرا ، بواسطة برنامج حاسوبي وجدنا النقاط والخطوط للمستوي الاسقاطي  $PG(2, 9)$  و  $PG(2, 16)$  .

البناء العكسي للاقواس – ( k , r ) التامه في PG(2,q)  
وعلاقتها بالشفرات الخطيه

رسالة تقدمت بها

مينا غريب فرج البوعبودي

إلى

مجلس كلية التربية للعلوم الصرفه جامعة الموصل  
وهي جزء من متطلبات نيل شهادة الماجستير  
في  
الرياضيات

بإشراف

الاستاذ المساعد

الدكتورة ندى ياسين قاسم يحيى