

UNIVERSITY OF MOSUL
COLLEGE OF COMPUTER SCIENCES
AND MATHEMATICS



The Maximal Degree of Zero Divisor Graph of $Z_{p^m q^2}$ and $Z_{p^m q r}$

Luma Ahmed Khaleel Ahmed

Ph.D./Thesis

Mathematics /pure

Supervised by

Prof.

Dr. Nazar Hamdoon Shuker

Assist. Prof.

Dr. Husam Qasem Mohammed

2019 A.D.

1441 A.H.

Abstract

Let R be a commutative ring with identity and let $Z(R)$ be the set of all zero-divisors of R , for any distinct $x, y \in Z(R)^* = Z(R) - \{0\}$, x and y are adjacent if and only if $xy = 0$. This concept was introduced by (Anderson and Livingston), 1999.

The aim of this thesis we introduced the concept the maximal degree of a zero-divisor graph $\Gamma(R)$, and we give some of basic properties and provide examples. Also gives a sufficient condition in order that $Mdeg(\Gamma(R)) \cup \{0\}$ to be an ideal in a ring R .

Furthermore, we give the classification of $\Gamma(Z_{p^m q^2})$ and $\Gamma(Z_{p^m q r})$, where p, q, r are distinct positive prime numbers and $m \geq 2$, and we find the degree of the vertices, chromatic number, order, size and the maximal degree of $\Gamma(Z_{p^m q^2})$ and $\Gamma(Z_{p^m q r})$.

Finally we find the Hosoya polynomial, Wiener index and Schultz polynomial for these two graphs.



جامعة الموصل

كلية علوم الحاسوب والرياضيات

الدرجة العظمى لبيان قواسم الصفر لـ

$Z_{p^m q r}$ و $Z_{p^m q^2}$

لمى احمد خليل احمد

اطروحة دكتوراه

الرياضيات / بحة

باشراف

الاستاذ المساعد

الاستاذ

الدكتور حسام قاسم محمد

الدكتور نزار حمدون شكر

٢٠١٩م

١٤٤١هـ

المخلص

لتكن R حلقة ابدالية ذات عنصر المحايد ، وان $Z(R)$ مجموعة قواسم الصفر غير الصفرية ، نعرف بيان قواسم الصفر ، على انه بيان بسيط عناصره في R ولكل عنصرين مختلفين $x, y \in Z(R)^* = Z(R) - \{0\}$ فان x متجاوز y اذا وفقط اذا كان $xy = 0$. ان اول من قدم هذا المفهوم هو (Anderson and Livingston) عام ١٩٩٩ .

ان هدف الاطروحة تقديم مفهوم الدرجة العظمى لبيان قواسم الصفر $\Gamma(R)$ والتي يرمز لها $Mdeg(\Gamma(R))$ واعطاء بعض من خواصها الاساسية مع تقديم بعض الامثلة لها كذلك تحديد الشرط الكافي لكي يكون $\{0\} \cup Mdeg(\Gamma(R))$ مثالي في الحلقة R .

بالاضافة الى ذلك اعطينا تصنيف لـ $\Gamma(Z_{p^m q^2})$ و $\Gamma(Z_{p^m q^2})$ و وجدنا درجة الرؤوس ، العدد اللوني ، الرتبة والحجم بالاضافة الى الدرجات العظمى لـ $\Gamma(Z_{p^m q^2})$ و $\Gamma(Z_{p^m q^r})$

واخيرا وجدنا متعدد هوسويا ، دليل واينر، ومتعدد حدود كوشي شوارتز لهذين البيانيين .