جامعة الموصل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات

بعض الأنماط من الحلقات المنتظمة النقية من النمط-$\mathcal{N}$

رغد إبراهيم زيدان

رســـالة ماجستير
الريـــاضيات / بحتة

بإشراف
أ.م. زبيدة محمد إبراهيم

2021 A.D. 1443 A.H.

المستخـلـص

يقال للعنصر $\bar{d}$ في $\mathfrak{R}$ بأنه منتظم نقي من النمط-$\mathcal{N}$ ، إذا كان يمثل حاصل جمع عنصر منتظم (فون نويمان) r وعنصر معدوم القوى n ، بحيث أن $\bar{d} = r + n$. ويقال للحلقة $\mathfrak{R}$ بأنها منتظمة نقية من النمط-$\mathcal{N}$ إذا كان كل عنصر فيها منتظم نقي من النمط-$\mathcal{N}$.

في هذه الرسالة تمت دراسة بعض الخواص الجديدة للحلقات المنتظمة النقية من النمط -$\mathcal{N}$ لعل واحدا منها هو لتكن $\mathfrak{R}$ حلقة منتظمة نقية من النمط-$\mathcal{N}$. فإن $e\mathfrak{R}e$ حلقة منتظمة نقية من النمط-$\mathcal{N}$ إذا كانت $\mathfrak{R}$ أبيلية. كذلك قدمنا تعريف الحلقات المنتظمة بقوة النقية من النمط- $\mathcal{N}$. وأعطينا خواص هذه الحلقات وعلاقتها مع الحلقات المنتظمة النقية من النمط- $\mathcal{N}$ والحلقات الأخرى، كذلك أعطينا تعريف الحلقات المنتظمة النقية من النمط- $J\mathcal{N}$ ودرسنا بعضا من خواصها.

ومن أبرز النتائج التي حصلنا عليها :

1. لتكن $\mathfrak{R}$ حلقة نقية بقوة من النمط-$\mathcal{N}$. فإن $\mathfrak{R}$ منتظمة بقوة نقية من النمط –$\mathcal{N}$ و $\bar{d} - \bar{d}^2$ معدوم القوى.
2. لتكن $\mathfrak{R}$ حلقة تحوي على العناصر المنتظمة التافهة فقط، عندئذ تكون $\mathfrak{R}$ حلقة منتظمة نقية بقوة من النمط- $\mathcal{N}$، إذا وفقط إذا كانت $\mathfrak{R}$ حلقة محلية و $J(R)$ مثالي معدوم القوى و $\mathfrak{R}/J(\mathfrak{R}) \simeq Z_2$.
3. إذا كانت $\mathfrak{R}$ حلقة أبيلية شبه بوتينت (**Semipotent**)، فإن اي عنصر يكون منتظم نقي من النمط –$J\mathcal{N}$.
4. كل حلقة منتظمة نقية من النمط –$J\mathcal{N}$ تكون حلقة مختزلة من النمط-J.
5. لتكن $R_1, R_2, \dots, R_n$ حلقات، بالتالي $R = \prod_{i=1}^{n} R_i$ حلقات منتظمة نقية من النمط – $J\mathcal{N}$ إذا وفقط إذا كانت R_i منتظمة نقية من النمط –$J\mathcal{N}$ لكل i.

University of Mosul
College of Computer Sciences
and Mathematics

Certain Types Of N- Regular Clean Rings

A Thesis Submitted By

Raghad Ibraheem Zedan

Master Thesis
Mathematics / Pure

Supervised by

Ass.Prof.Zubaida Mohammed Ibraheem

2021 A.D. **1443 A.H.**

Abstract

An element $\bar{d}$ of a ring $\mathfrak{R}$ is called $\mathfrak{N}$-Regular clean , if can be written as a sum of Von-Neumann regular element r and a nilpotent element n such that $\bar{d} = r + n.$, and $\mathfrak{R}$ is called $\mathfrak{N}$ -Regular clean ring, if every element in $\mathfrak{R}$ is $\mathfrak{N}$-Regular clean.

In this work we studied some properties of $\mathfrak{N}$-Regular clean rings, for example , let $\mathfrak{R}$ be $\mathfrak{N}$-Regular clean rings. Then $e\mathfrak{R}e$ is $\mathfrak{N}$-Regular clean ring if $\mathfrak{R}$ is abelain ring. Also give a define of strongly $\mathfrak{N}$-regular clean rings with some characteristic of this ring and their relations with other rings. Next we give a define of $J\mathfrak{N}$ -regular clean rings with some of the basic properties of this rings.

Some of the main results of the present work are is follows

1. Let $\mathfrak{R}$ be strongly nil clean. Then $\mathfrak{R}$ is strongly $\mathfrak{N}$-regular clean ring and $\bar{d} - \bar{d}^2$ is nilpotent element in $\mathfrak{R}$.
2. Let $\mathfrak{R}$ be a ring with only trivial regular element. Then $\mathfrak{R}$ strongly $\mathfrak{N}$-regular clean ring, if and only if $\mathfrak{R}$ is local ring with $J(\mathfrak{R})$ is nil and $\mathfrak{R}/J(\mathfrak{R}) \simeq Z_2$.
3. If $\mathfrak{R}$ is abelian semipotent ring, then any element is $J\mathfrak{N}$ -regular clean ring.
4. Every $J\mathfrak{N}$ -regular clean ring is J-reduced ring.
5. Let $R_1, R_2, \ldots, R_n$ be rings. Then $R = \prod_{i=1}^{n} R_i$ is $J\mathfrak{N}$ -regular clean ring if and only if R_i is $J\mathfrak{N}$ -regular clean ring for every i.