UNIVERSITY OF MOSUL

COLLEGE OF COMPUTER SCIENCES AND MATHEMATICS

On Clean Rings

Ruaa Hathim Yahay

M.A. Thesis

Mathematics /Pure

Supervised by:

Prof.Dr. Nazar Hamdoon Shuker

2021A.D **1443 A.H**

ABSTRAC

A ring R is said to be clean if for each element of R can be written as the sum of a unit and idempotent element .In this thesis , we give new propertes of clean ring, and give the relationship between clean ring and other ring like r-clean ring , 2-clean ring , regular ring and unit regular ring .

Furthermore we study clean ideal , and non-clean ideal . Finally we prove that the ring of integers modulo n is a clean ring Furthermore we give some examples for several cases .

Our results in this thesis are the following :

1- Let R be a belian ring , if x^n is clean , for any positive integer n then x is clean element. (Theorem 2.1.7)

2- Let R be a commutative ring ,and let a ϵ R if a R = e R , where e is idempotent .Then R is a clean ring (Theorem 2.1.8).

3-If R/J (R) a clean ring , then R is 2- clean ring (Theorem 2.2.8).

4- Let N be a nil ideal of a commutative ring R if R/N is regular , then for every a ϵ R there exists an idempotent e in R such that a e is 2 –clean ring . (Theorem 2.2.9)

5- Let R=Z_n where n any positive integer , then R is a clean ring.

جامعة الموصل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات

حول الحلقات النقية

رؤى هيثم يحيى

رسالة ماجستير

الرياضيات/بحتة

بإشراف

أ. د. نزار حمدون شكر

١٤٤٣هـ ٢٠٢١ م

المستخلص

يقال للحلقة R بانها نقية (Clean) اذا كان كل عنصر في الحلقة R يكتب كحاصل جمع لعنصر متحايد (Idempotent) مع عنصر موائم (Unit) .

في هذه الرسالة درسنا هذا النوع من الحلقات واعطينا خواص جديدة لهذه الحلقات وكذلك وجدنا عدة علاقات بين الحلقات النقية وحلقات اخرى مثل الحلقات r ، والحلقات النقية من النمط -2 وكذلك الحلقات المنتظمة والحلقات النقية من النمط المنتظمة المؤائمة

بالاضافة الى ذلك درسنا المثاليات النقية والمثاليات النقية المعدومة ووجدنا العلاقة بينهما .

واخيرا درسنا الحلقات النقية على حلقة الاعداد الصحيحة معيار n ، Z_n

ولقد حصلنا على بعض النتائج في هذه الرسالة :

1-لتكن R حلقة ابيلية اذا كانت x^n حلقة نقية لاي عدد صحيح موجبn فان xهي حلقة العناصر النقية المبرهنة(2.1.7)

2- لتكن R حلقة تبديلية ولنفرض ان aR= eR عندما e عنصر متحايد فان R هي حلقة نقية (مبرهنة 2.1.8)

3-اذا حلقة القسمة R/J(R) نقية فان R هي حلقة نقية من النمط -2 (مبرهنة 2.2.8)

4-لتكن كانت N حلقة تبديلية بمثاليات معدومة اذا كانت حلقة القسمة R/N منتظمة فان كل عنصر ينتمي للحلقة R يوجد متحايد e في الخلقة بحيث ان ae هي حلقة نقية من النمط -2 (المبرهنة 2.2.9)

5- لتكن R تساوي حلقة الاعداد الصحيحة معيار n عندما n أي عدد صحيح موجب فان R هي حلقة نقية .(المبرهنة 3.3).