



جامعة الموصل  
كلية التربية للعلوم الصرفة

## حل معادلتى فريدهولم و فولتيرا التكاملية بواسطة أمثلية سرب الجسيمات والخوارزمية الثقافية باستخدام تقريبات بادي

اسراء ابراهيم محمد شيخو

رسالة ماجستير  
الرياضيات

بإشراف  
المدرس  
الدكتور عزام صلاح الدين يونس العدول

# المستخلص

تم اقتراح خوارزمية لحل معادلتى فريدهولم وفولتيرا التكاملية الخطية و غير الخطية من النوع الثانى وذلك بتحويلها إلى مسألة أمثلية غير مقيدة. وتم تطبيق الخوارزمية المقترحة بواسطة خوارزمية أمثلية سرب الجسيمات ((Particle Swarm Optimization (PSO) والخوارزمية الثقافية (Cultural Algorithm (CA)) على مجموعة من معادلتى فريدهولم وفولتيرا التكاملية من النوع الثانى , بالاعتماد على توسيع بادي التقريبي ((Padé Expansion Approximation)، و نظراً لأن العديد من حلول المعادلات التكاملية الخطية وغير الخطية تحتوي على صيغ مختلفة لذلك تم استخدام توسيع بادي التقريبي الذي يتميز بأنه توسيع كسري للحصول على نتائج أكثر دقة مقارنة بتوسيعات فورييه وتاييلور التقريبية . واستخدمت دالة الكفاءة ( Fitness Function (FF) عن طريق وصفها بمعيار كمي، وذلك لتحديد دقة الحلول التقريبية من خلال دالة وزن المربعات الصغرى المتقطعة ((Discrete Least Square Weighted Function (DLSWF)، و عند تنفيذ الخوارزمية المقترحة، كانت النتائج متقاربة وذات دقة عالية، وأن هذه النتائج توضح قدرة الخوارزمية المقترحة على حل معادلتى فريدهولم وفولتيرا التكاملية الخطية وغير الخطية من النوع الثانى .

## **Abstract**

An algorithm has been proposed to solve the linear and nonlinear Fredholm and Volterra integral equations of second kind by converting them into an unrestricted optimization problem. The proposed algorithm was applied by Particle Swarm Optimization Algorithm and Cultural Algorithm to a set of Fredholm and Volterra integral equations of the second kind based on Padé Expansion Approximation using. Since many solutions of linear and nonlinear integral equations contain different formulas, therefore, Padé expansion which is represented as a fractional expansion was used to obtain accurate results compare to the use of Taylor and Fourier expansions. The Fitness Function(FF) was used as a quantitative criterion to determine the accuracy of approximate solutions through the Discrete Least Square Weighted Function (DLSWF). The application of the proposed algorithm provide high accuracy results. These results demonstrate the ability of the proposed algorithm to solve the linear and nonlinear Fredholm and Volterra integral equations of the second kind.

**University of Mosul  
College of Education  
For Pure Science**



**Solving Fredholm and Volterra Integral Equations by  
Particle Swarm Optimization and Cultural Algorithm  
Using Padé Approximants**

**Israa Ibrahim Mohammed Sheekhoo**

**M.Sc. Thesis**

**Mathematics**

**Supervised by**

**Lecturer**

**Dr. Azzam Salahuddin Younus Aladool**

**A.D. 2023**

**A.D. 1445**