وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

استخدام دالة ليابونوف لدراسة استقرارية الحل لبعض المعادلات التفاضلية التصادفية مع التطبيق

رسالة مقدمة
إلى مجلس كلية علوم الحاسوب والرياضيات في جامعة الموصل
كجزء من متطلبات نيل شهادة ماجستيرعلوم في
الرياضيات / الحاسوبية

من قبل
سفيان فاضل احمد محمود

بإشراف
أ.د. عبد الغفور جاسم سالم العبيدي

1444 هـ
2022 م

المستخلص

في هذه الرسالة تم دراسة المعادلات التفاضلية التصادفية بأسس كسرية (Fractal) وإيجاد الصيغة العامة لها، وتم دراسة استقرارية الحل باستخدام دالة ليابونوف (Lyapunov function) حسب الطريقة الثانية المباشرة. وتم إيجاد الحل المضبوط ومقارنته مع الحلول العددية (التقريبية) باستخدام الطرائق العددية لحل المعادلات التفاضلية التصادفية بأسس كسرية (Euler-Maruyama) و(Milstein Method)، وكذلك تم إيجاد الدالة المولدة للعزوم. وتضمنت هذه الدراسة أمثلة توضح معظم المفاهيم التي تم دراستها . حيث يحتوي الفصل الاول على مقدمة ونبذة تاريخية والهدف من الرسالة وأهم الاساسيات المتعلقة بالمعادلات التفاضلية التصادفية مع صيغة ايتو(Ito) التكاملية متمثلة بأهم التعريفات والمفاهيم الأساسية المتعلقة بهذا الموضوع فضلاً عن طرائق إيجاد الحل التحليلي للمعادلات التصادفية. ويتمثل الفصل الثاني بإيجاد الصيغة العامة للمعادلات التفاضلية بأسس كسرية $\left(\frac{1}{m}\right)$ باستخدام صيغة أيتو (Itô Formula) وتم برهانها مع عرض بعض الأمثلة عليها وإيجاد الحل المضبوط لها، كما تضمنت الرسالة على الحل العددي (التقريبي) باستخدام طريقتين عدديتين طريقة أويلر- مارویاما (Euler-Maruyama)، و طريقة ميلستين (Milstein) للمقارنه مع الحل المضبوط، كما تم دراسة وتقديم الخطأ المطلق (Absolute error) والتقارب القوي (strong convergence) والتقارب الضعيف (weak convergence) للطريقتين العدديتين. كذلك تم دراسة الاستقرارية باستخدام الطريقة الثانية المباشرة للعالم ليابونوف مع بعض ألامثلة من المعادلات التفاضلية التصادفية بأسس كسرية، وإيجاد العزوم (باستخدام الدالة المولدة للعزوم للمعادلات التصادفية الكسرية) مع عرض أمثلة لتوضيح الطريقة .

Abstract

Ministry of Higher Education and Scientific Research
University of Mosul
College of Computer Science and Mathematics
Department of Mathematics

Using Lyapunov-function to study the stability of the solution of some stochastic differential equation with application

A Thesis Submitted to the Council of the College of Computer Science and Mathematics University of Mosul as a Partial Fulfillment of Requirements for the Degree of Master of Science in Mathematics / Computational By

Sufyan Fadhel Ahmed Mahmood

Supervised by
Professor
Dr. Abdulghafoor Jasim Salim

2022 A.D. **1444 A.H.**

Abstract:

In this thesis, stochastic differential equations with fractal exponents were studied and their general formula was found، we Study and find the stability by using the Lyapunov function according to the second direct method. Also we find the exact solutionin odred to compare it with the approximate solutions using some numerical methods. The moment's generation function is also found in order to find the moments. The thesis included the most important basics related to Stochastic differential equations with their integral in addition to the methods of finding the analytical solution to stochastic equations and the concept of binomial factors. It Consists the general formula of differential equations with rational exponents ($\frac{1}{m}$) by using the Ito formula and it was proved with some examples in order to find the exact solution., the (approximate) numerical solution using two numerical methods (Euler-Maruyama and the Milstein) for comparison with the exact solution is presented.by using the (error and absolute error, strong convergence, and weak convergence) , we also studying the stability by using the second method (The Direct Lyapunov method) with some examples of stochastic differential equations (fractal exponents). the moments (using the moment-generating function)for the proposed stochastic fractal equations with examples where found to illustrate the method.