

**Ministry of Higher Education and  
Scientific Research  
University of Mosul  
College of Computer Science and  
Mathematics  
Department of Mathematics**



# **Involution Strongly 2 - Clean Rings**

**A Thesis Submitted to the Council of the College of  
Computer Science and Mathematics  
University of Mosul  
as a Partial Fulfillment of Requirements  
for the Degree of Master  
in  
Mathematics/ Pure**

**By  
Zeina Mustafa Hamady Mustafa**

**Supervised by**

**Prof. Dr. Nazar Hamdoon Shuker Mahmood**

---

**2024 A.D.**

**1446 A.H.**

## Abstract

As a generalization of a strongly involution clean ring, we introduce the concept of involution strongly 2- clean ring, as a ring with every  $b$  in  $\mathcal{R}$ ,  $b = \tau_1 + \tau_2 + u$  where  $\tau_1$  and  $\tau_2$  are idempotents and  $u$  is a unit of order two that commute with one another. In this work, it has been given the fundamental properties of an involution strongly 2-clean ring and its relationship with other related rings, and it has been explored the Jacobson radical over involution strongly 2-clean ring. In addition the notion of a strongly 2T- clean ring is presented, as a ring with every  $b$  in  $\mathcal{R}$   $b = \tau_1 - \tau_2 + u$  where  $\tau_1$  and  $\tau_2$  are idempotents and  $u$  is a unit of order three. Also, we list some of its basic properties and provide some examples.



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
جامعة الموصل  
كلية علوم الحاسوب والرياضيات  
قسم الرياضيات

## حول الحلقات النقية القوية الملتفة من النمط - 2

رسالة مقدمة

إلى مجلس كلية علوم الحاسوب والرياضيات قسم الرياضيات في

جامعة الموصل

كجزء من متطلبات نيل شهادة ماجستير علوم في

الرياضيات / الرياضيات البحتة

من قبل

زينة مصطفى حمادي مصطفى

ياشرف

الأستاذ

الدكتور نزار حمدون شكر محمود

## المستخلص

كتعميم لمفهوم الحلقات النقية القوية والملتفة، قدمنا مفهوماً جديداً اسميناهُ الحلقات النقية القوية والملتفة من النمط 2 وتعرف هذه الحلقة، لكل  $b \in \mathcal{R}$ ، يكون  $b = \tau_1 + \tau_2 + u$  حيث ان  $\tau_2, \tau_1$  عنصران متحايدان، و  $u$  عنصر موائم من الرتبة الثانية بحيث تكون تبديلية مع بعضها البعض. في هذه الرسالة درسنا هذا النوع من الحلقات واعطينا العديد من خواصها الأساسية وعلاقتها مع الحلقات الاخرى ذات الصلة ودرسنا جذر جاكوبسون على هذه الحلقة. إضافة الى ذلك عرفنا مفهوماً جديداً آخر وهو الحلقات النقية القوية من النمط 2T، وهي الحلقة التي يكون فيها كل عنصر  $b$  يكتب  $b = \tau_1 - \tau_2 + u$  حيث ان  $\tau_2, \tau_1$  عنصران متحايدان، و  $u$  عنصر موائم من الرتبة الثالثة، واعطينا بعضاً من خواصه الأساسية وقدمنا العديد من الأمثلة.