University of Mosul
College of Computer Sciences and Mathematics

The Cap and Weight Distribution and its Relationship with the Spectrum of Optimal Linear Codes in PG(3,13)

Aiad Mohamed khalaf

Master Thesis

In

Mathematics / pure

Supervised by
Assistant Professor

Dr. Nada Yassen Kasm Yahya

2021 A.D. **1443 A.H.**

Abstract

Cap and code are the most important applications algebraic geometry at the projective space PG(n, q) .

A (k, r) −cap is a set of k points in PG(n, q), such that at most r points on any line.

In this work the complete (k, r) −cap is constructed in PG(3,13) and it is found that the maximum (k,2)-cap , which is called an ovaloid, exists in PG(3,13) , when $k = 45$, Theorems [(2.2.14), (2.2.15), (2.2.16)].

Moreover, in coding theory, the problem of finding the shortest linear codes of a fixed set of parameters is central. Given the dimension K, the minimum weight d, and the order q of the finite field F_q over which the code is defined, the function $n_q(K, d)$ specifies the smallest length n for which an $[n, K, d]_q$ code exists. The problem of determining the values of this function is known as the problem of optimal linear codes.

We denote by F_{13}^n the vector space of n-tuples over F_{13}, the field of 13 elements.The weight of a vector $c \in F_{13}^n$ denoted by $wt(c)$ is the number of nonzero coordinate positions in C. An $[n, K, d]_{13}$code C is a F_{13}-linear sub space of F_{13}^n.

A cap in $\Sigma = PG(K - 1, q)$, is a set of points with no three collinear. Then the connection between such caps in PG(3,13) and linear codes (of minimum distance) has been well-studied (Constructions [**(3.6.1), …, (3.6.13)**]).

And we found the weight distribution of a linear code [n, K, d]- code over afield F_{13} we represent the codes by the complete (k, r) −caps of $PG(3, 13)$. And we show that all the codes presented in this thesis are optimal. So, the main problem of this study is to compute the weight distribution, spectrum of a given linear code, and show that all the codes are optimal .

By computer programs (mat lab) we could get the weight distribution, spectrum of optimal linear code $[n, K, d]_q$ code in PG(3,13).

جامعة الموصل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات

الغطاء وتوزيع الوزن وعلاقته بالطيف للشفرات الخطية المثلى في PG(3,13)

اياد محمد خلف

رسالة ماجستير
في الرياضيات/ بحتة

باشراف
الأستاذ المساعد

الدكتورة ندى ياسين قاسم يحيى

١٤٤٣هـ **٢٠٢١ م**

المستخلص:

يعتبر كلاً من الغطاء والشفرات من اهم تطبيقات الهندسة الجبرية في الفضاء الاسقاطي PG(n, q) .
حيث أن (k, r)-cap هي مجموعة k من النقاط في PG(n, q) بحيث تكون على الاغلب r من النقاط على اي خط .

في هذا العمل تم انشاء غطاء تام في الفضاء الاسقاطي PG(3,13) ووجد ان الحد الاقصى (k,2)-cap والذي يسمى بالشكل البيضوي موجود في PG(3,13) عندما k=45 .

علاوة على ذلك : المشكلة الاساسية في الشفرات الخطية هي كيفية ايجاد المعلمات للشفرة . عليه لو أخذنا K تمثل البعد ، d أصغر وزن والرتبة q للحقل المنتهي F_q الذي يتم من خلالهُ تعريف الشفرة ،
حيث $n_q(K, d)$ تمثل أصغر طول لذلك فإن $[n, K, d]_q$ شفرة موجودة .
تعرف مشكلة تحديد قيم هذه الوظائف بمشكلة الشفرات الخطية المثلى .
نشير بواسطة F_{13}^n الى فضاء المتجه ل n من المجموعات على الحقل F_{13} بمجال 13 عنصرا .

وزن المتجه $c \in F_{13}^n$ المشار اليه بالوزن (C) هو عدد مواضع الاحداثيات غير الصفرية في الشفرة الخطية C .

حيث الشفرة الخطية $[n, K, d]_q$ هي فضاء جزئي خطي من F_{13}^n .
الغطاء في PG(K-1, q) يمثل مجموعة من النقاط حيث لاتكون ثلاث منها على استقامة واحدة.

من الاهداف الرئيسية لهذه الرسالة دراسة العلاقة بين الأغطية التامة في PG(3,13) والشفرات الخطية لأصغر مسافة ، كما موضح بـ ([(3.6.13),…, (3.6.1)]) وكذلك وجدنا التوزيع الوزني للشفرات الخطية على الحقل F_{13} ثم وجدنا الطيف لكل شفرة ، حيث نمثل الشفرات بواسطة الأغطية التامة لـ PG(3,13) ، وبينا ان جميع هذه الشفرات هي شفرات خطية مثلى .

وبواسطة برامج حاسوبية وجدنا الاوزان والطيف للشفرات الخطية .