University of Mosul
College of Computer Sciences
and Mathematics

Homoclinic points and bifurcation for a quadratic family with two parameters

A Thesis Submitted By

Karam Nazar Abdalkareem

Mathematics / Pure

Supervised by

Dr. Salma Muslih Faris

2020 A.D. ١٤٤١ A.H.

Abstract

In this work, we study the fixed points of the family $H = \{h_{ą,ḅ}(x) = ąx^2 + ḅ : ą \in \mathbb{R}/\{0\}\ , ḅ \in \mathbb{R}\}$ where $h_{ą,ḅ} : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, which are $P_1 = \frac{1+\sqrt{1-4ąḅ}}{2ą}$, $P_2 = \frac{1-\sqrt{1-4ąḅ}}{2ą}$ and the nature of these fixed points for various values ą and ḅ . We find the local unstable sets of the fixed points P_1 and P_2 for the functions $h_{ą,ḅ}(x) \in H$. In fact $w^u_{loc}(P_1) = \left(\frac{1}{2|ą|}, \infty\right)$and $w^u_{loc}(P_2) = \left(-\infty, \frac{-1}{2|ą|}\right)$ with $ą > 0$. The unstable sets of the fixed points P_1 and P_2 also was studied . The unstable sets are $w^u(P_1) = \left(\frac{1}{|ą|} - P_1, \infty\right)$ and $w^u(P_2) = \left(-\infty, \frac{-1}{|ą|} - P_2\right)$ with $ą > 0$. Moreover, we study the homoclinic points , homoclinic orbits and homoclinic bifurcation of the family H . We show that the function $h_{ą,ḅ} \in H$ has no homoclinic points for $ḅ > \frac{-2}{ą}$, but has homoclinic points for $ḅ \leq \frac{-2}{ą}$. And we describe the homoclinic orbits for these homoclinic points . Finally, we study the homoclinic bifurcation for the family H. We prove that the family H has a homoclinic bifurcation at $ḅ = \frac{-2}{ą}$ with the various values of ą .

جامعة الموصل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات

نقاط الهوموكلينيك وتشعب الهوموكلينيك لعائلة من الدوال التربيعية بمعلمتين

رسالة تقدم بها

كرم نزار عبد الكريم

إلى
مجلس كلية علوم الحاسوب والرياضيات في جامعة الموصل
وهي جزء من متطلبات نيل شهادة الماجستير علوم
في الرياضيات / البحتة

بإشراف
المدرس الدكتورة
سلمى مصلح فارس

١٤٤١هـ ٢٠٢٠ م

المستخلص

في هذا العمل قمنا بدراسة النقاط الثابتة للعائلة $H = \{h_{ą,ḅ}(x) = ąx^2 + ḅ : ą \in \mathbb{R}/\{0\}\ , ḅ \in \mathbb{R}\}$ بحيث $h_{ą,ḅ}: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ وهما $P_1 = \frac{1+\sqrt{1-4ąḅ}}{2ą}$, $P_2 = \frac{1-\sqrt{1-4ąḅ}}{2ą}$, وطبيعة هذه النقاط الثابتة للقيم المتغيرة ą و ḅ .

وجدنا المجموعات غير المستقرة محليا للنقاط الثابتة P_1 و P_2 للدالة $h_{ą,ḅ}(x) \in H$. في الحقيقة المجموعة غير المستقرة محليا للنقطة الثابتة P_1 هي الفترة $\left(\frac{1}{2|ą|}, \infty\right)$ و المجموعة غير المستقرة محليا للنقطة الثابتة P_2 هي الفترة $\left(-\infty, \frac{-1}{2|ą|}\right)$ حيث $ą > 0$. درسنا ايضا المجموعات غير المستقرة للنقاط الثابتة P_1 و P_2 . المجموعة غير المستقرة للنقطة الثابتة P_1 هي الفترة $\left(\frac{1}{|ą|} - P_1, \infty\right)$ والمجموعة غير المستقرة للنقطة الثابتة P_2 هي الفترة $\left(-\infty, \frac{-1}{|ą|} - P_2\right)$ حيث $ą > 0$.

بالاضافة الى ذلك , درسنا نقاط الهموكلينيك , مسارات الهموكلينيك و تشعب الهموكلينيك للعائلة H . لقد بينا ان الدالة $h_{ą,ḅ}(x) \in H$ لاتمتلك نقاط الهموكلينيك عند $ḅ > \frac{-2}{ą}$, لكنها تمتلك نقاط الهموكلينيك عند $ḅ \leq \frac{-2}{ą}$, ووصفنا مسارات الهموكلينيك لنقاط الهموكلينيك .

اخيراً , درسنا تشعب الهموكلينيك للعائلة H و برهنا ان العائلة تمتلك تشعب الهموكلينيك عند $ḅ = \frac{-2}{ą}$ لقيم مختلفة من ą .