Ministry of Higher Education and
Scientific Research
University of Mosul
College of Computer Science
and Mathematics
Department of Mathematics

On Legendre and Laguerre Polynomials in Fractional Analysis Context

MSc. Thesis
Mathematics \ Pure
Submitted by:

Haifa Shihab Ahmed

Supervised by:

Assistant Professor
Dr. Thair Younis Al-Khayat

2021 A.C. **1442 A.H.**

Abstract

This thesis is mainly devoted to develop Laguerre equation and Laguerre polynomials in the fractional calculus setting. We provide some type of generalizations of the classical Laguerre polynomials, via conformable fractional calculus. We start by solving the fractional Laguerre equation in the sense of conformable calculus about the fractional regular singular point.

Next, we establish various convergence properties of this polynomials such as generating functions, Rodrigues' formula, recurrence relations, orthogonal property.

As an application, we present a numerical technique to obtain solutions of interesting conformable fractional differential equations. For this purpose, we drive a new operational matrix of the fractional derivative of arbitrary order for CFLPs. Applying this operational matrix with the generalized Laguerre Tau method, we can solve general linear multi-term fractional differential equations (FDEs).

We introduce the associated conformable Fractional Legendre Polynomials (ACFLPs), from which the fractional differential equation of ACFLPs is established. Subsequently, some of interesting properties are derived such as generating function, hypergeometric representation, analytical formula, besides various of recurrence relations and orthogonal properties.

The shifted ACFLPs is presented and derived some of important properties such as Rodrigues' type representation formula of fractional order derivative and explicit formula.

وزارة التعليم العالي
والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

حول متعددات حدود لجيندر ولاجيير في سياق التحليل الكسري

تقدمت بها:
هيفاء شهاب أحمد

رسالة ماجستير
الرياضيات / بحتة

باشراف
الاستاذ المساعد
الدكتور ثائر يونس ذنون الخياط

1443هـ **2021م**

الملخـــص العربى

خُصصت هذه الرسالة بشكل أساسي لتطوير معادلة لاجير التفاضلية وكثيرات حدود لاجير المتعامدة في حالة التفاضل والتكامل الكسري.

نقدم نوعًا من التعميمات لكثيرات حدود لاجير الكلاسيكية، من خلال حساب التفاضل والتكامل الكسري المتطابق. نبدأ بحل معادلة لاجير التفاضلية الكسرية المتطابقة حول نقطة شاذة منتظمة. ايضا ندرس العديد من خصائص كثيرات حدود لاجير الكسرية المتطابقة مثل الدوال المولدة, صيغة رودريج, العلاقات التكرارية, العلاقات التكرارية التفاضلية, تحويل لابلاس, وأيضا خاصية التعامد والتى فتحت لنا الطريق للاستعانة بها فى تقديم طريقة عددية لحل بعض المعادلات التفاضلية الكسرية المثيرة للاهتمام فى اطار المستقات المتطابقة، ولذلك استنتجنا مصفوفة تجميعية جديدة للمشتقات الكسرية من اي رتبة، يتم تطبيق هذه المصفوفة جنبا الى جنب مع كثيرات حدود لاجير الكسرية للحصول على حل للمعادلات التفاضلية الكسرية. تتميز هذه الطريقة بالحصول على الحل من حيث معاملات كثيرات حدود لاجير الكسرية. تم تقديم بعض الأمثلة لتوضيح إمكانية تطبيق وكفاءة الطريقة المقترحة، ايضا.

كذلك قمنا بتقديم كثيرات حدود ليجندر المتوافقة الكسرية ، والتي من خلالها تم تقديم المعادلة التفاضلية الكسرية لكثيرات حدود ليجندر المتوافقة الكسرية. تم استنتاج بعض الخصائص التقاربية المثيرة للاهتمام على سبيل المثال الدالة المولدة, التمثيل الفوق هندسي، الصيغة التحليلية، وايضا العديد من العلاقات التكرارية أيضا. نلحق دراستنا من خلال تقديم كثيرات حدود ليجندر المتوافقة الكسرية المزاحة وتقديم بعض الخصائص المهمة مثل صيغة تمثيل نوع رودريج لمشتق الترتيب الكسري والصيغة التحليلية.