Ministry of Higher Education and
Scientific Research
University of Mosul
College of Computer Science and
Mathematics
Department of Mathematics

A Strongly Nil Clean Rings With Units Of Order Two

**A Thesis Submitted to the Council of the College of
Computer Science and Mathematics
University of Mosul
as a Partial Fulfillment of Requirements
for the Degree of Master in
Mathematics/ Pure**

By

Samira Beno Toma Beno

Supervised by

Prof.Dr. Nazar Hamdoon Shuker Mahmood

2024 A.D. **1446 A.H.**

Abstract

If every element of a ring $\mathfrak{R}$ is the sum of idempotent and nilpotent that commute with one another , then the ring is said to be a strongly nil-clean. Further features of a strongly nil-clean ring are given in this thesis. Furthermore, we present and investigate a special class of strongly nil-clean rings with order two units. Additionally, we examine a ring with each elemen a in $\mathfrak{R}$, a^2 and a^4 are a strongly nil-clean with order two and order four units. Among other results, we prove that: If $\mathfrak{R}$ is a strongly nil-clean ring of order two units, then for all a in $\mathfrak{R}$, existing $\mathfrak{b}$ in $\mathfrak{R}$, such that $a.\mathfrak{b} = \mathcal{E}$, $a - \mathfrak{b} - 1 = u$ and $u^2 = 1$, and we prove that the converse of this result is also true if 2 is nilpotent.

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

الحلقات النقية المعدومة بقوة والتي عناصرها المتوائمة من الرتبة الثانية

رسالة مقدمة
الى مجلس كلية علوم الحاسوب والرياضيات قسم الرياضيات في جامعة الموصل
كجزء من متطلبات نيل شهادة ماجستير علوم في
الرياضيات/الرياضيات البحتة

من قبل الطالبة
سامرة بينو توما بينو

بإشراف
أ.د. نزار حمدون شكر محمود

1446هـ 2024م

الملخص

اذا كانت $\mathfrak{R}$ حلقة وأن كل عنصر من $\mathfrak{R}$ هو حاصل جمع عنصر متحايد مع عنصر معدوم القوى بحيث تكون متبادلة , يقال للحلقة $\mathfrak{R}$ بأنها حلقة نقية معدومة بقوة . في هذه الرسالة أعطينا صفات إضافية للحلقة النقية المعدومة بقوة . إضافة الى ذلك درسنا حلقات خاصة وهي الحلقات النقية المعدومة بقوة والتي تكون عناصرها الموائمة من الرتبة الثانية . ودرسنا أيضا الحلقة التي فيها كل عنصر $a^2 , a \in \mathfrak{R}$ و a^4هي عناصر نقية معدومة بقوة والتي فيها العناصر الموائمة من الرتبة الثانية او الرابعة . ومن بين النتائج الأخرى, اثبتنا ما يلي:

اذا كانت $\mathfrak{R}$ عبارة عن حلقة نقية معدومة بقوة والتي عناصرها الموائمة من الرتبة الثانية , فلكل a في $\mathfrak{R}$ يوجد $\mathfrak{b}$ في $\mathfrak{R}$, بحيث ان $a.\mathfrak{b} = \mathcal{E}$, $a - \mathfrak{b} - 1 = u$ و $u^2 = 1$. وعكس هذه النتيجة صحيح اذا كانت 2 عنصر معدوم القوى .