Republic of Iraq
University of Mosul
College of Computer Sciences
and Mathematics

Study of Some Complex Operators and Their Implementations in Geometric Function Theory

M.Sc. Thesis

Submitted By

Layth Taha Khudhuir

Mathematics-Pure

Supervised by

Assistant Professor
Dr. Ahmed Mohammed Ali

Assistant Professor
Dr. Hiba Fawzi Al-Janaby

2021 A.D. **1442 A.H.**

ABSTRACT

This thesis deals with study of complex operators associating with normalized analytic functions and meromorphic functions. Let A denote the class of normalized analytic functions of the formal $g(z)=z+\sum_{m=2}^{\infty}a_m z^m$, defined on open unit disc $\Delta=\{z\in\mathbb{C}:|z|<1\}$. And, the class Σ of all meromorphic functions are of the formal $f(z)=\frac{1}{z}+\sum_{m=0}^{\infty}a_m z^m$, defined on punctured unit disk $\Delta^{*}=\{z\in\mathbb{C},\ 0<|z|<1\}=\Delta\setminus\{0\}$.

The extended generalized Hurwitz-Lerch zeta function (HLZF) is used to defined a new generalized differential operator, which corresponds to Salagean's differential operator. Coefficient bounds for the new κ-uniformly starlike functions subclass of analytic functions contain this new operator are then presented. Other geometric properties, such as growth result, radii of convexity, starlikeness, close-to-convexity, as well as extreme points, of this subclass are studied. New subclasses of analytic function defined are also establish, and some of convexity properties are discussed and studied. Additionally, the upper and lower bounds for the complex linear operator in the terms of the generalizations of Mittag-Leffler type function (MLF), namely $R-$function are investigated by employing the first-order differential subordination and superordination. Furthermore, sandwich result is obtained. Finally, we introduced third-order differential subordination and superordination outcomes for new complex convolution operator of meromorphic formula of the generalized MLF, are studied. The dual concept of the third-order differential subordination and superordination is also investigated to obtain third-order differential sandwich-type outcome.

جمهورية العراق
جامعة الموصل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات

دراسة بعض المؤثرات العقدية وتطبيقاتها في نظرية الدوال الهندسية

رسالة ماجستير تقدم بها

ليث طه خضر

الرياضيات / البحتة

بإشراف

الأستاذ المساعد
الدكتور احمد محمد علي

الأستاذ المساعد
الدكتورة هبة فوزي الجنابي

١٤٤٢هـ
٢٠٢١ م

المستخلص

تتضمن رسالة الماجستير دراسة المؤثرات العقدية للدوال التحليلية المعيارية والدوال الشكلية. نفرض أن الرمز A يمثل مجموعة الدوال التحليلية المعيارية والمعرفة بالصيغة:

$$g(z)=z+\sum_{m=2}^{\infty}a_m z^m$$

والتي تم تعريفها على قرص الوحدة المفتوحة $\Delta=\{z\in\mathbb{C}:|z|<1\}$، كما يرمز الى مجموعة جميع الدوال الشكلية المعرفة بالصيغة:

$$f(z)=\frac{1}{z}+\sum_{m=0}^{\infty}a_m z^m$$

بالرمز Σ، والتي تم تعريفها على قرص الوحدة المثقوب $\Delta^*=\{z\in\mathbb{C},\ 0<|z|<1\}=\Delta\setminus\{0\}$.

تم استخدام دالة (HLZF: Hurwitz-Lerch zeta Function) الموسعة لتعريف المؤثر التفاضلي العام الجديد، والذي يتوافق مع عامل التأثير التفاضلي الخاص بـ Salagean. بعد ذلك تم تقديم قيود المعامل للدوال المجموعة الجزئية الشبيهة بالنجوم المنتظمة الجديدة - κ للدوال التحليلية والتي تحتوي على هذا المؤثر الجديد. إضافة الى ذلك تمت دراسة الخصائص الهندسية الأخرى، مثل النمو، ونصف قطر التحدب، والتشابه بالنجوم، والقريب من التحدب، وكذلك النقاط القصوى لهذه المجموعة الجزئية. كما تم تحديد مجموعات جزئية جديدة من الدوال التحليلية أيضًا، حيث تمت مناقشة ودراسة بعض خصائص التحدب لها.

أضافة الى ذلك، قمنا بتحديد الحدود العليا والسفلى للمؤثر الخطي العقدي من حيث التعميمات الخاصة للدوال نوع (MLF:Mittag-Leffler Function)، والتي تسمى الدالة - R من خلال استخدام التبعية التفاضلية من الدرجة الأولى والتبعية الفائقة كما تم الحصول على نتيجة الشطيرة.

أخيرا، قمنا بتقديم نتائج التبعية التفاضلية من الدرجة الثالثة التبعية الفائقة لمؤثر الالتفاف العقدي الجديد للصيغة الشكلية لـ (MLF) ، والتي قمنا بدراستها. أيضًا تم التحقيق من المفهوم المزدوج للتبعية التفاضلية من الدرجة الثالثة والتبعية الفائقة للحصول على نتيجة من النوع التفاضلي من الدرجة الثالثة.