جامعة الموصل

كلية التربية للعلوم الصرفة

الاستمرارية التلقائية
للمشتقات الثنائية على جبور باناخ

لمياء قادر إسماعيل العبدالله

رسالة ماجستير

الرياضيات

بأشراف

الأستاذ

الدكتور عامر عبدالإله محمد

١٤٤٠ هـ ٢٠١٨ م

المستخلص

في هذه الرسالة، قمنا بتعميم تعريف المشتقة إلى المشتقة الثنائية من النمط - c -$(g\ ,\ h)$.

تبعاً لـ بيينا (Villena) في عام 1997 ومحمد (Mohammed) وعلي (Ali) في عام 2013 ، قمنا ببرهان أن أية مشتقة ثنائية من النمط - c - $(g\ ,\ h)$ معرفة أساسياً على جبر باناخ معقد شبه بسيط والتي مجالها مثالية ليس بالضرورة مغلقة أو كثيفة تكون قابلة للانغلاق. وكحالة خاصة، أثبتنا أن أي مشتقة ثنائية من النمط - c - $(g\ ,\ h)$ معرفة على مثالية غير صفرية من جبر- C^* أولي تكون مستمرة .

وتبعاً لنتائج محمد (Mohammed) وآخرون في عام 2010 ومحمد (Mohammed) وعلي (Ali) في عام 2014 أثبتنا أن أية مشتقة ثنائية من النمط - c - $(g\ ,\ h)$على جبر باناخ $\mathcal{A}$ شبه أولي ليس بالضرورة أن يكون تجميعياً تكون مستمرة إذا كان لأية مثالية I مغلقة غير منتهية البعد في $\mathcal{A}$ توجد متتابعة $\{T_n\}_{n\in\mathbb{N}} \subseteq \mathcal{M}(\mathcal{A})$ (حيث $\mathcal{M}(\mathcal{A})$ جبر مضروبات لـ $\mathcal{A}$) ، بحيث أن المتتابعة $\{(T_1\ T_2\ \ldots..\ T_n\ I)^{-}\}_{n\in\mathbb{N}}$ من المثاليات اليمينية المغلقة لـ $\mathcal{A}$ تكون متناقصة بثبات. كاستنتاج لذلك أية مشتقة ثنائية من النمط - c - $(g\ ,\ h)$ على جبر- $\mathcal{H}^*$ غير التجميعي المعدوم صفرياً تكون مستمرة .

أخيراً ، تبعاً لـ ماثيو(Mathieu) في عام 1990 ومحمد (Mohammed) وعلي (Ali) في عام 2015 أثبتنا أن المشتقة الثنائية من النمط - c - $(g\ ,\ h)$ المعرفة كثيفاً على جبر - C^* أولي تكون مقيدة إذا كان مربع المشتقة الثنائية من النمط - c - $(g\ ,\ h)$ نفسها مقيداً ، فضلاً عن أنهُ قمنا ببرهان إذا كان حاصل ضرب مشتقتين ثنائيتين من النمط - c - $(g\ ,\ h)$ على جبر- C^* أولي (بحيث كلاهما لا تساوي صفراً معرفتين على المنطلق المشترك الكثيف)، مقيداً عندئذ كلاً من المشتقتين الثنائيتين من النمط - c - $(g\ ,\ h)$ تكون مقيدة .

Abstract

In this thesis, we generalized the definition of derivation to (g, h) - c - double derivation.

Following Villena in 1997 ; Mohammed and Ali in 2013 , we prove that every essential defined (g, h) - c - double derivation on a semisimple complex Banach algebra is closable whose domain is not necessarily closed or dense ideal. In particular, we show that every (g, h) -c- double derivation defined on any nonzero ideal of a prime C^*- algebra is continuous.

Moreover, following the results of Mohammed and others in 2010 ; Mohammed and Ali in 2014 , we show that any (g, h) - c - double derivation on a semisimple Banach algebra not necessarily associative $\mathcal{A}$ is continuous if for each closed infinite dimensional ideal $I \subseteq \mathcal{A}$ there is a sequence $\{T_n\}_{n\in\mathbb{N}} \subseteq \mathcal{M}(\mathcal{A})$ ($\mathcal{M}(\mathcal{A})$ the multiplication algebra of $\mathcal{A}$) , such that the sequence $\{(T_1\, T_2 \ldots\ldots\, T_n\, I)^{-}\}_{n\in\mathbb{N}}$ of closed right ideals of $\mathcal{A}$ is constantly decreasing. As a consequence, every (g,h) - c - double derivation on nonassociative $\mathcal{H}^*$ - algebra with zero annihilator is continuous.

Finally, following Mathieu in 1990; Mohammed and Ali in 2015, we show that a densely defined (g, h) - c - double derivation on a prime C^* - algebra is bounded if the square of (g, h) - c - double derivation is bounded. Moreover we prove that, if a product of two (g, h) - c - double derivations on a prime C^* - algebra , both non - zero on a dense common core is bounded, then each of them is bounded.

University of Mosul

College of Education

For Pure Sciences

Automatic Continuity of Double Derivations on Banach Algebras

Lamia Kader Ismail AL Abdullah

M. Sc. Thesis

Mathematics

Supervised by

Prof.

Dr. Amir Abdulillah Mohammed

2018 A.D 1440 A.H