Ministry of Higher Education and
Scientific Research
University of Mosul
College of Computer Science and
Mathematics
Department of Mathematics

# Study Some Oscillation Criteria for Solutions of Second Order Differential Equations with a Parameter

**A Thesis Submitted to the Council of the College of
Computer Science and Mathematics
University of Mosul
as a Partial Fulfillment of Requirements
for the Degree of Master of Science
in
Mathematics/ Pure Mathematics**

**By**

**Asmaa Mohamed Suleiman Al Ali**

**Supervised by**

**Assist. Prof. Dr. Thair Younis Thanoon**

**2023 A.D.** **1444 A.H.**

## Abstract

The concept of oscillation contributed to the development of a large number of sciences in various disciplines, and among these disciplines that were affected by this concept was mathematics. The theory of oscillation emerged for the solutions of linear and non-linear differential equations, which in turn contributed to the development of many scientific and practical fields due to the importance of oscillation, which is involved in many electrical, mechanical and physical applications,…,etc. This thesis dealt with some measures of fluctuation for solutions of linear and non-linear differential equations of the second order. We found two measures of linear differential equations of the second order with variable coefficients with the effect of the parameter, and we relied on the Riccati equation to prove the theorems through which the sufficient and necessary conditions for the solutions of these differential equations were achieved. We also found the necessary and sufficient conditions for the solutions of nonlinear differential equations of the second order with variable coefficients with the effect of the parameter. Then we reached the conditions for the fluctuation of the solutions of those equations. We also showed the importance of the parameter and its impact on changing the behavior of the differential equations from oscillation to non-oscillation and vice versa. Finally, we used Maple to solve the equations and plot their solutions.

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

# دراسة بعض معايير التذبذب لحلول المعادلات التفاضلية من الرتبة الثانية مع معلمة

رسالة مقدمة
الى مجلس كلية علوم الحاسوب والرياضيات في جامعة الموصل
كجزء من متطلبات نيل شهادة ماجستير علوم في
الرياضيات/ الرياضيات البحته

من قبل
أسماء محمد سليمان العلي

بإشراف
أ.م. د. ثائر يونس ذنون

١٤٤٤ هـ ٢٠٢٣ م

# الملخص

ساهم مفهوم التذبذب في تطوير عدد كبير من العلوم في مختلف التخصصات، ومن بين هذه التخصصات التي تأثرت بهذا المفهوم كانت الرياضيات. ظهرت نظرية التذبذب لحلول المعادلات التفاضلية الخطية وغير الخطية والتي بدورها ساهمت في تطوير العديد من المجالات العلمية والعملية نظرا لأهمية التذبذب الذي يدخل في العديد من التطبيقات الكهربائية والميكانيكية والفيزيائية.... إلخ. تناولت هذه الرسالة بعض مقاييس التذبذب لحلول المعادلات التفاضلية الخطية وغير الخطية من الرتبة الثانية حيث وجدنا مقياسين للمعادلات التفاضلية الخطية من الرتبة الثانية ذات المعاملات المتغيرة بتأثير المعلمة، واعتمدنا على معادلة ريكاتي لإثبات المبرهنات التي تم من خلالها تحقيق الشروط الكافية والضرورية لحلول هذه المعادلات التفاضلية. كما وجدنا الشروط اللازمة والكافية لحلول المعادلات التفاضلية اللاخطية من الرتبة الثانية ذات المعاملات المتغيرة بتأثير المعلمة، ثم توصلنا إلى شروط تذبذب حلول تلك المعادلات، كما أوضحنا أهمية المعلمة وأثرها في تغيير سلوك المعادلات التفاضلية من التذبذب إلى عدم التذبذب والعكس بالعكس. أخيرًا، استخدمنا Maple لحل المعادلات ورسم حلولها.