



جامعة الموصل
كلية التربية للعلوم الصرفة

دراسة مقارنة حول تأثير اختيار دوال الوسط ودوال التغير في بناء أنموذج انحدار العملية الكاوسية مع التطبيق

راكان أحمد علي عزيز

رسالة ماجستير

الرياضيات

بإشراف

الأستاذ المساعد

الدكتور يونس حازم الطويل

المستخلص

تُستخدم النماذج الحاسوبية على نطاق واسع لتمثيل الأنظمة المعقدة، لكنها تواجه تحدي التكلفة الحسابية العالية. لمعالجة ذلك، تُبنى نماذج انحدار العملية الكاوسية كبداية إحصائية سريعة توفر توزيعاً احتمالياً يمكن الاستفادة منه في التنبؤ وتحليل عدم اليقين. ويتطلب بناء أنموذج دقيق اختياراً دقيقاً لدالتي الوسط والتغاير. لذا، تُجري هذه الدراسة تحليلاً مقارناً لثمانية نماذج وهي: (LPEM، CPEM، LEM، CEM، LMM، CMM، LSEM، CSEM) عبر دمج دوال الوسط (الثابتة والخطية) مع دوال تغاير متنوعة تشمل (الأسية التربيعية، وماتيرن، والأسية، وأسية القوى). ولبناء هذه النماذج، تم اعتماد أسلوب بيز لتقدير معلمات الوسط والتباين، بينما استخدم مقدر الإمكان الأعظم لتقدير معلمات الارتباط. ولتقييم أثر حجم البيانات على تقليل عدم اليقين، تم توليد مجموعات بيانات باستخدام تصميم المكعب الزائدي اللاتيني المقطعي الأقصى (MSLHD) بأحجام مختلفة (54 و 90 نقطة تدريب مقابل 18 نقطة اختبار للتطبيق الأول، و 42 و 70 نقطة تدريب مقابل 14 نقطة اختبار للتطبيق الثاني). وقد اختير هذا التصميم لقدرته الفائقة على توزيع النقاط بشكل متجانس لضمان تغطية شاملة لفضاء المدخلات وتقليل تكرار المعلومات. وتم التحقق من صلاحية النماذج باستخدام مقياس مربع كاي، ومسافة مهالانوبيس، وتجزئة كوليسكي المحورية، والانحرافات المعيارية المشروطة. طبقت المنهجية على تطبيقين هندسيين هما: دالة العمود الفولاذي ودالة محاكاة المكبس. وأظهرت النتائج أن الأنموذج المعتمد على دالة الوسط الخطية مع دالة التغاير الأسية التربيعية (LSEM) هو الخيار الأمثل. فقد تفوق على كافة النماذج الأخرى محققاً أعلى دقة تنبؤية عند توفر بيانات تدريب كافية. ويُعزى هذا التفوق إلى كفاءة دالة الوسط الخطية في النقاط الاتجاه العام للبيانات، ومرونة الدالة الأسية التربيعية في تمثيل التغيرات الملساء بدقة عالية. وقد أُجريت كافة النمذجة الإحصائية باستخدام برنامج (R).

Abstract

Computer models are widely used to represent complex systems but face high computational costs. To address this, Gaussian Process Regression Models (GPRMs) are constructed as fast statistical surrogates that provide a probability distribution useful for prediction and uncertainty analysis. Building an accurate GPRM requires careful selection of its mean and covariance functions. Thus, this study conducts a comparative analysis of eight GPRMs (CSEM, LSEM, CMM, LMM, CEM, LEM, CPEM, and LPEM) by combining constant and linear mean functions with Squared Exponential, Matérn, Exponential, and Power Exponential covariance functions. To build these models, the Bayesian approach was adopted to estimate the mean and variance parameters, while Maximum Likelihood Estimation (MLE) was used for the correlation parameters. To evaluate the impact of data size on uncertainty reduction, datasets were generated using the Maximin Sliced Latin Hypercube Design (MSLHD) with varying sizes (54 and 90 training points vs. 18 test points for the first application, and 42 and 70 training vs. 14 test points for the second). This design was selected for its superior ability to distribute points uniformly, ensuring comprehensive coverage of the input space and reducing information redundancy. The models were validated using the Chi-square Measure, Mahalanobis Distance, Pivoted Cholesky Errors, and Conditional Standard Deviations. The methodology was applied to two engineering applications: the Steel Column Function and the Piston Simulation Function. The results demonstrated that the model based on the linear mean function and the squared exponential covariance function (LSEM) is the optimal choice. It outperformed all other models, achieving the highest predictive accuracy when adequate training data is provided. This superiority is attributed to the efficiency of the linear mean function in capturing the general trend of the data, and the flexibility of the squared exponential function in representing smooth variations highly accurately. All statistical modeling was performed using R software.

دراسة مقارنة حول تأثير اختيار دوال الوسط ودوال التغير في بناء نموذج انحدار العملية الكاوسية مع التطبيق

الباحث: راكان أحمد علي عزيز المشرف: أ.م.د. يونس حازم الطويل جهة النشر: جامعة الموصل

ملخص بياني	أبرز النقاط
<p>بناء أنموذج GPRM كبدل دقيق وسريع للنماذج الحاسوبية المعقدة</p> <p>المنهجية: بناء الأنماذج الثمانية</p> <p>دوال التغير: أسية تربيعية (SE)، ماتيرون (M)، أسية (E)، أسية القوى (PE)</p> <p>دوال الوسط: خطي (L)، ثابت (C)</p> <p>التطبيقات الهندسية</p> <p>دالة محاكاة المكبس (7 متغيرات)، دالة العمود الفولاذي (9 متغيرات)</p> <p>النتيجة النهائية: الأنموذج الفائز LSEM</p> <p>أنموذج LSEM (خطي + أسية تربيعية) أعلى دقة، توافيق تام مع فترات الثقة 95%، استقرار مثالي للأخطاء</p>	<ul style="list-style-type: none"> تم إجراء دراسة مقارنة لتقييم أداء ثمانية نماذج مختلفة (LEM, CEM, LMM, CMM, LSEM, CSEM, LPME, CPME) عبر دمج خيارات دوال الوسط (الثابتة والخطية) مع دوال تغيرات متعددة (الأسية التربيعية، وماتيرون، والأسية، وأسية القوى). تم الاعتماد على أسلوب بيز لتقدير معلمات الوسط والتباين، واستخدام مقدر الإمكان الأعظم لتقدير معلمات الارتباط لبناء النماذج بدقة. تم تقييم أثر حجم بيانات التدريب من خلال اختبار عينات متدرجة الحجم تم توليدها باستخدام تصميم المكعب الزائدي اللاتيني المقطعي الأقصى (MSLHD) لضمان كفاءة الأنموذج وتقليل عدم اليقين. للتحقق من صلاحية النماذج، تم استخدام مقاييس متقدمة شملت مقياس مربع كاي، ومسافة مهالانويس، وتجزئة كوليسكي المحورية، والانحرافات المعيارية المشروطة. أثبتت النتائج أن الأنموذج المعتمد على دالة الوسط الخطية مع دالة التغير الأسية التربيعية (LSEM) هو الخيار الأنسب والأكثر دقة للتنبؤ في التطبيقات الهندسية.
<p>المستخلص</p> <p>تُستخدم النماذج الحاسوبية على نطاق واسع لتمثيل الأنظمة المعقدة، لكنها تواجه تحدي التكلفة الحسابية العالية. لمعالجة ذلك، تُبنى نماذج انحدار العملية الكاوسية كبداية إحصائية سريعة توفر توزيعاً احتمالياً يمكن الاستفادة منه في التنبؤ وتحليل عدم اليقين. ويتطلب بناء أنموذج دقيق اختياراً دقيقاً لدوال الوسط والتغير. لذا، تُجرى هذه الدراسة تحليلاً مقارناً لثمانية نماذج وهي: (LEM, CEM, LMM, CMM, LSEM, CSEM, LPME, CPME) عبر دمج دوال الوسط (الثابتة والخطية) مع دوال تغيرات متنوعة تشمل (الأسية التربيعية، وماتيرون، والأسية، وأسية القوى). ولبناء هذه النماذج، تم اعتماد أسلوب بيز لتقدير معلمات الوسط والتباين، بينما استُخدم مقدر الإمكان الأعظم لتقدير معلمات الارتباط. ولتقييم أثر حجم البيانات على تقليل عدم اليقين، تم توليد مجموعات بيانات باستخدام تصميم المكعب الزائدي اللاتيني المقطعي الأقصى (MSLHD) بأحجام مختلفة (54 و 90 نقطة تدريب مقابل 18 نقطة اختبار للتطبيق الأول، و 42 و 70 نقطة تدريب مقابل 14 نقطة اختبار للتطبيق الثاني). وقد اختير هذا التصميم لقدرته الفائقة على توزيع النقاط بشكل متجانس لضمان تغطية شاملة لفضاء المدخلات وتقليل تكرار المعلومات. وتم التحقق من صلاحية النماذج باستخدام مقياس مربع كاي، ومسافة مهالانويس، وتجزئة كوليسكي المحورية، والانحرافات المعيارية المشروطة. طُبقت المنهجية على تطبيقين هندسيين هما: دالة العمود الفولاذي ودالة محاكاة المكبس. وأظهرت النتائج أن الأنموذج المعتمد على دالة الوسط الخطية مع دالة التغير الأسية التربيعية (LSEM) هو الخيار الأمثل. فقد تفوق على كافة النماذج الأخرى محققاً أعلى دقة تنبؤية عند توفر بيانات تدريب كافية. ويُعزى هذا التفوق إلى كفاءة دالة الوسط الخطية في النقاط الاتجاه العام للبيانات، ومرونة الدالة الأسية التربيعية في تمثيل التغيرات الملساء بدقة عالية. وقد أُجريت كافة النمذجة الإحصائية باستخدام برنامج (R).</p>	<p>الكلمات المفتاحية:</p> <p>النماذج الحاسوبية انحدار العملية الكاوسية دالة الوسط دالة التغير تصميم المكعب الزائدي اللاتيني المقطعي الأقصى دالة العمود الفولاذي دالة محاكاة المكبس مقاييس التحقق</p>
<p>رسالة ماجستير 2026 @ جامعة الموصل، كلية التربية للعلوم الصرفة، قسم الرياضيات (rakan.24esp18@student.uomosul.edu.iq)</p>	

**University of Mosul
College of Education
for Pure Science**



A Comparative Study on the Effect of Selecting Mean and Covariance Functions in the Gaussian Process Regression Model with Application

Rakan Ahmed Ali Aziz

M.Sc. Thesis

Mathematics

Supervised by

Assist. Prof.

Dr. Younus Al-Taweel

2026 A. D.

1448 A. H.