University of Mosul

College of Computers Sciences and Mathematics

A Geometric Construction of Complete (k,r)-cap and (k,ℓ)-span in PG(3,7)

Ali Ahmed Abdul Raheem Abdulla

Master Thesis

In

Mathematics /pure

Supervised by

Assistant Professor

Dr. Nada Yassen Kasm Yahya

2020 A.D **1441 A.H**

Abstract

Cap and Span of the most Important Applications Algebraic geometry in Three – dimensional projective Space PG(3,7).

A (k,r)-cap is a set of k points in PG(n,q) with $n \geq 3$, such that at most r points on any line. Thus (k,2)-cap is a set of k points in PG(3,q), such that no three of them are collinear.

A (k, ℓ) – span, $\ell \geq 1$ is a set of k spaces $\boldsymbol{\pi}_\ell$ no two of which intersect; In particular cases, a maximum (k, ℓ)–span is a **spread**. Only the lines of PG(3,q) one can take since there are some non-intersecting lines whereas any two planes are intersected.

The main objectives of this thesis are obtained as geometric construction of complete (k,r)-cap and (k,ℓ)-span in PG(3,7), we obtain the Theorem It shows the total number of cap in PG(3,7)**,** And we also nominate the surfaces and points of these spaces.

We have proven theoretically and practically that the maximum value of k such that k-cap exists is **23**, where we obtain the following results:
In PG(3,7) there exist $\mathbf{m'_2(3,7)=23}$**.**

This work also obtained theoretically and practically a geometric construction of (k, ℓ)–span in PG(3,7) , The results are shown in **Table (2) Spread** in PG(3,7)**,** we have proved in general that we can deduce geometric rule to calculate the total number of (k, ℓ)–span is $p^2 +1$**,** where p is prime number.

جامعة الموصل

كلية علوم الحاسوب والرياضيات

البناء الهندسي للغطاء-(k,r) التام والامتداد-(k,ℓ) في $PG(3,7)$

علي أحمد عبد الرحيم عبدالله

رسالة ماجستير

في الرياضيات/ بحتة

باشراف

الأستاذ المساعد

الدكتورة ندى ياسين قاسم يحيى

1441 هـ — 2020م

المستخلص

من اهم التطبيقات الهندسة الجبرية في الفضاء الاسقاطي ثلاثي الابعاد $PG(3,7)$ هي الغطاء والامتداد.

الغطاء-(k,r) هو مجموعة من k من النقاط في $PG(n,q)$ مع $n \geq 3$, بحيث ان على الاغلب r من النقاط على اي خط. كذلك الغطاء-$(k,2)$ هو مجموعة من k من النقاط في $PG(3,q)$. بحيث انه لا يوجد ثلاثة منهم على استقامة واحدة.

الامتداد-(k, ℓ) حيث $\ell \geq 1$ هو مجموعة من k من الفضاءات $\boldsymbol{\pi}_\ell$ لا يوجد تقاطع بين أي اثنين منهم, وفي حالة خاصة , القوس الأعظمي الامتداد-(k, ℓ) يسمى **الناشر**. الخطوط الوحيدة في $PG(3,q)$ لا يوجد أي تقاطع فيما بينهم. وعلى أي حال يوجد تقاطع بين الفضاءات.

من الاهداف الرئيسية لهذه الرسالة كيفية الحصول على البناء الهندسي للغطاء-(k,r) التام والامتداد–(k,ℓ) في $PG(3,7)$, لقد استطعنا الحصول على المبرهنة التي تبين عدد الغطاء الموجود في $PG(3,7)$, وكما قمنا ايضاً بتعيين سطوح ونقاط هذه الفضاءات.

ولقد برهنا نظريا وعملياً قيمة القوس الاعظم k بحيث ان الغطاء- k يتكون من **23** نقطة وايضاً استطعنا الحصول على النتائج التالية :

في $PG(3,7)$ يوجد

$$\mathbf{m'_2(3,7)=23}$$

في هذا العمل برهنا نظريا وعملياً واستطعنا الحصول على البناء الهندسي لـ الامتداد–(k,ℓ) في $PG(3,7)$, ولقد تم بيان النتائج في **الجدول(2) الناشر** في $PG(3,7)$,البرهان كان بصورة عامة , حيث تم استنتاج قاعدة هندسية لحساب العدد الكلي لـ الامتداد–(k,ℓ) وهي p^2+1 حيث ان p عدد اولي .

أخيرا , بواسطة برامج حاسوبية لقد استطعنا الحصول على امثلة جديدة في الامتداد–(k,ℓ) في $PG(3,7)$, لقد حصلنا على **مبرهنة** .