Ministry of Higher Education and
Scientific Research
University of Mosul
College of Computer Science and
Mathematics
Department of Mathematics

Solving System of Integral Equations by Using Homotopy Analysis Methods with Genetic Algorithm

A Thesis Submitted to the Council of the College of Computer Science and Mathematics University of Mosul

As a Partial Fulfillment of Requirements for the Degree of Doctor of Philosophy in Mathematics / Computational Mathematics

By
Rasha Fahad Ahmed Abdul Jabar

Supervised by

Assist. Prof. Dr. Waleed Mohammed Fathi Al-Hayani

Prof. Dr. Abbas Younis Elias Al-Bayati

2023 A.D. **1445 A.H.**

Abstract

In this thesis, we proposed a new algorithm to solve these systems, which combines the Genetic Algorithm and the Homotopy Analysis Method where we used the last-mentioned method to solve some types of Integral equations such as the System of Volterra Integral Equations the System of Fredholm Integral Equations and finally, the System of Mixed Volterra-Fredholm Integral Equations with the Genetic Algorithm to get a better approximate solution than using the HAM. Since the HAM contains an auxiliary parameter h that adjusts and controls the convergence region of the series of solutions, then the residual error function is considered as a fitness function for the genetic algorithm, and genetic operations are applied to it to obtain the best h_i and the best λ_i and apply the HAM again to the system of Integral equations. The new algorithm showed its effectiveness, especially that the obtained results are fully compatible with the h-curves.

The convergence of the solution was compared using HAM and using (HAM_GA) by taking the residual error function and the absolute error function. The results obtained confirmed the superiority of the proposed algorithm (HAM_GA) to efficiently solve these systems. The convergence has been studied on the systems of nonlinear integral equations of the second kind, and the convergence has been proven for this method theoretically, as well as the proof of existence and unique to solve these systems.

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

حل نظام من المعادلات التكاملية باستخدام طرق تحليل هوموتوبي مع الخوارزمية الجينية

اطروحة مقدمة
الى مجلس كلية علوم الحاسوب والرياضيات في جامعة الموصل
كجزء من متطلبات نيل شهادة دكتوراه فلسفة في
الرياضيات / الرياضيات الحاسوبية

من قبل

رشا فهد احمد عبد الجبار

بإشراف
أ.م.د. وليد محمد فتحي الحياني
أ.د. عباس يونس إلياس البياتي

١٤٤٥ هـ ٢٠٢٣ م

المستخلص

في هذه الاطروحة اقترحنا خوارزمية جديدة لحل تلك الانظمة والتي تَجمع بين الخوارزمية الجينية (GA) وطريقة تحليل هوموتوبي (HAM)، حيث استخدمنا الطريقة المذكورة أخيرا لحل بعض أنواع المعادلات التكاملية مثل نظام معادلات فولتيرا التكاملية (SVIEs) ونظام معادلات فريدهولم التكاملية (SFIEs) وأخيرا معادلات فولتيرا_ فريدهولم المختلطة التكاملية (SVFIEs) مع الخوارزمية الجينية (GA) للحصول على حل تقريبي أفضل من استخدام طريقة تحليل هوموتوبي. اذ ان طريقة تحليل هوموتوبي تحتوي على معلمة مساعدة h تعمل على ضبط منطقة التقارب الخاصة بسلسلة الحلول والتحكم فيها، ومن ثم يتم اعتبار دالة الخطأ المتبقي كدالة ملائمة للخوارزمية الجينية، ويتم تطبيق العمليات الجينية عليها للحصول على أفضل h_i وأفضل λ_i وتطبيق طريقة تحليل هوموتوبي مرة اخرى على نظام المعادلات التكاملية. اظهرت الخوارزمية الجديدة مدى فعاليتها خاصة ان النتائج التي تم الحصول عليها متوافقة تماما مع منحنيات h.

تمت مقارنة تقارب الحلول باستخدام طريقة تحليل هوموتوبي واستخدام (HAM_GA) بأخذ دالة الخطأ المتبقي (RE) ودالة الخطأ المطلق (ME) وأكدت النتائج التي تم الحصول عليها تفوق الخوارزمية المقترحة (HAM_GA) لحل هذه الأنظمة بكفاءة. تمت دراسة التقارب على أنظمة المعادلات التكاملية اللاخطية من النوع الثاني، وقد تم إثبات التقارب لهذه الطريقة نظريًا وكذلك إثبات الوجود والوحدانية لحل هذه الأنظمة.