

**Ministry of Higher Education and
Scientific Research
University of Mosul
College of Computer Science and
Mathematics
Department of Mathematics**



Solving Systems of Fuzzy Integral Equations by Adomian Decomposition Method

**A Thesis Submitted to the Council of the College of
Computer Science and Mathematics
University of Mosul**

**as a Partial Fulfillment of Requirements
for the Degree of Doctor of Philosophy in
Mathematics / Computational**

**By
Mahasin Thabet Younis Al-Raheem**

Supervised by

Asst. Prof. Dr. Waleed Mohammed Fathi Al-Hayani

2022 A.D.

1443 A.H.

Abstract

The Adomian decomposition method (ADM) was used in this thesis to solve linear and non-linear systems of fuzzy Volterra and Fredholm integral equations and also solve linear and non-linear systems of fuzzy Volterra and Fredholm integro-differential equations of the second kind, we employed the Adomian decomposition method (ADM) and the modified Adomian decomposition method (MADM).

We display a comparison of the numerical results applying the ADM with the numerical solution for the iterations of the given systems of fuzzy integral equations (SFIEs) with the (ADM-SIMP) and (ADM-TRAP) obtained with the minimum amount of computation are compared with the exact solutions to show the efficiency of the ADM. Also, we give the absolute error (AE), the residual error (REE), the Trapezoidal error (TRAPE), and the Simpson error (SIMPE).

The convergence was studied on the fuzzy systems of the linear and nonlinear Fredholm integral equations of the second type, and the convergence of this method was theoretically proven. Through the numerical results, it was concluded that the convergence of the solution depends on the value of λ , when the values of λ are close to zero, we get a fast convergence and with the least number of iterations, so the system solution is convergent when the value of $|\lambda| < \frac{1}{2M(b-a)}$, and the system solution is divergent when the value of $|\lambda| > \frac{1}{2M(b-a)}$. It was also found that the value of λ does not have a significant impact on the solutions of fuzzy systems of the Volterra integral equations and (Volterra-Friedholm) integral-differential equations the linear and nonlinear of the second kind.

The numerical results show that the ADM is highly accurate, convenient, and efficient for solving linear and non-linear SFVIEs, SFVIDEs, SFFIEs, and SFFIDEs.



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

حل انظمة من المعادلات التكاملية الضبابية بطريقة انحلال ادوميان

اطروحة مقدمة

الى مجلس كلية علوم الحاسوب والرياضيات في جامعة الموصل
كجزء من متطلبات نيل شهادة دكتوراه فلسفة في
الرياضيات / الحاسوبية

من قبل

محاسن ثابت يونس الرحيم

بإشراف

أ.م.د. وليد محمد فتحي الحياني

المستخلص

في هذه الأطروحة، تم استخدام طريقة انحلال ادوميان (ADM) لحل أنظمة مضببة من معادلات فولتيرا التكاملية (SFVIEs) وأنظمة مضببة من معادلات فريدهولم التكاملية (SFFIEs) الخطية و غير الخطية من النوع الثاني، واستخدام طريقة انحلال ادوميان (ADM) والتقنية المطورة (MADM) لحل أنظمة مضببة من معادلات فولتيرا التكاملية-التفاضلية (SFVIDEs) و معادلات فريدهولم- التكاملية-التفاضلية (SFFIDEs) الخطية و غير الخطية من النوع الثاني.

تم مقارنة النتائج العددية لـ ADM والحل العددي للمعادلة التكاملية النونية للنظام المعطى باستخدام قاعدتي شبه المنحرف (ADM-TRAP)، وقاعدة سمبسون (ADM-SIMP)، الذي تم الحصول عليه مع الحد الأدنى من المعادلة التكاملية النونية للنظام المعطى مقارنة بالحلول الدقيقة لإظهار كفاءة ADM. تم استخدام الخطأ المطلق (AE)، والخطأ المتبقي (REE)، وخطأ شبه المنحرف (TRAPE)، وخطأ سمبسون (SIMPE).

تم دراسة التقارب على الأنظمة المضببة لمعادلات فريدهولم التكاملية الخطية و غير الخطية من النوع الثاني، وتم اثبات التقارب لهذه الطريقة نظرياً. من خلال النتائج العددية تم استنتاج ان تقارب الحل يعتمد على قيمة λ ، فعندما تكون قيم λ قريبة من الصفر نحصل على تقارب سريع وياقل عدد من التكرارات، وعليه يكون حل النظام متقارب عندما تكون قيمة $|\lambda| < \frac{1}{2M(b-a)}$ ، ويكون حل النظام متباعد عندما تكون قيمة $|\lambda| > \frac{1}{2M(b-a)}$. ايضاً تبين ان قيمة λ ليس لها تأثير كبير على حلول الأنظمة المضببة لمعادلات فولتيرا التكاملية ومعادلات (فولتيرا-فريدهولم) التكاملية-التفاضلية الخطية و غير الخطية من النوع الثاني.

أظهرت النتائج العددية التي حصلنا عليها من ADM بأن الطريقة كفؤة ، وذات دقة عالية
لحل (SFVIEs) و (SFFIEs) و (SFVIDEs) و (SFFIDEs) الخطية و غير الخطية من
النوع الثاني.