University of Mosul

College of Education

For Pure Science

New Applications of Coding Theory in PG(3,5)

Hajir Hayder Abdullah

M.Sc.Thesis

Mathematics

Supervised by

Prof.

Dr. Nada Yassen Kasm Yahya

2022 A.D **1443 A.H**

Abstract

This thesis includes objectives concerned with expanding the general concept of the projective plane and projective space, and theories and definitions that intervene in each item of this thesis. Through which we obtain certain results in this aspect. As well as the goal of it embodied in another dimension, which is to provide new examples of the distribution of weights and how to distribute weights for the optimal linear code. Through a theo that we applied to each of the examples of PG(3,5) and we obtained the weights by entering certain values.They are related to certain matrices in the Matlab program .

The new examples are :(2.1.16-2.1.25) and also included higher values based on a fixed equation an is the equation $(*)$. The information and the equation indicate that the highest value of (k,4)-cap is 76.

Equation is: $k \leq m_n(s, q) \frac{q^{t-s+1}-1}{q-1}$ - q(n+ s -2) $\frac{q^{t-s}-1}{q-1}$ …(*)

$m_n(s, q)$ =16 ,in PG(t, q) t=3,q=5,s=2

Then maximal size of (k, 4)-cap in PG(t, q)= 76 .

The goal is also to apply a certain theorem 2.2.3 which states:

A q- ary (n, M,2e +1)-code c satisfies

$M \{\binom{n}{0} + \binom{n}{1} (q-1) + \ldots + \binom{n}{e} (q-1)^e\} \leq q^n$…(**)

and Corollary 2.2.4 which states:

q- ary (n, M,2e +1)-code c is perfect if and only if equality holds in the equation(**).

On PG (3, 5)as the theory in other sources was on smaller fields, example (field 3 in the projective plane and field 4 in the projective plane) that is, it was expanded in space, and we obtained values for the

smallest distance, we benefited from it in applying a result that shows us perfect cases as in this code.

C is a(31,5^{28},6)-code, and finally the goal is also to apply that theory to field 5 in space and field 3 and 2.Through these values, we show the difference between the same fields in space and plane and we benefited from them by finding the difference between the least distance, as it was not the same value despite the similarity of the fields. The table (3.3.6) shows us the difference. As we might call the special purpose of the work in the table (***) .

المستخلص:

تتضمن الرسالة أهداف تهتم بتوسيع المفهوم العام للمستوي الإسقاطي والفضاء الاسقاطي ونظريات وتعاريف تدخل في كل بند من هذه الرسالة. التي من خلالها نحصل على نتائج معينة في هذا الجانب.وكذلك الهدف منها تضمنت في بعد آخر وهو تقديم أمثلة جديدة لتوزيع الاوزان وكيفية توزيع الأوزان للكود الخطي الأمثل من خلال نظرية قمنا بتطبيقها على كل مثال من امثلة PG(3,5) وحصلنا على الاوزان من خلال ادخال قيم معينة ترتبط بمصفوفات معينة في برنامج الماتلاب والامثلة الجديدة هي: (2.1.16-2.1.25)

كما تضمنت قيم عليا استناداً الى معادلة ثابتة كما في المعادلة (*). المعلومات والمعادلة تدل على أن أعلى قيمة ل k,4)-cap)هي 76 والمعادلة هي:

$$k \le m_n(s, q) \frac{q^{t-s+1}-1}{q-1} - q(n+ s -2) \frac{q^{t-s}-1}{q-1} \text{ .....(*)}$$

في $PG(t, q)$ $t=3,q=5,s=2$ و$m_n(s, q) =16$

إذاً أعلى قيمة ل k,4)-cap)هي 76.

الهدف منها أيضا تطبيق نظرية معينة وهي النظرية 2.2.3 التي تنص على:

q- ary (n, M,2e +1)-code تحقق هذه المعادلة:

$$M \{\binom{n}{0} +\binom{n}{1} (q-1)+\ldots+\binom{n}{e} (q-1)^e\} \le q^n \text{.....(**)}$$

والنتيجة2.2.4 التي تنص على:

q- ary (n, M,2e +1) الرمز C مثالي إذا وفقط اذا تحقق شرط المساواة في المعادلة (**)

على PG(3,5) حيث ان النظرية في مصادر اخرى كانت على حقول اصغر مثل(الحقل 3في المستوي الاسقاطي والحقل 4في المستوي الاسقاطي) اي تم توسيعها في الفضاء الثلاثي

الابعاد من الرتبة الثانية والثالثة والخامسة وقد حصلنا قيم لأصغر مسافة استفدنا منها في تطبيق نتيجة توضح لنا حالات تامة كما في هذا الكود $(31, 5^{28}, 6)$-code

وأخيراً الهدف أيضاً تطبيق تلك النظرية على الحقل 5 في الفضاء والحقل 3و 2 في الفضاء. من خلال هذه القيم تبين لنا الفرق بين الحقول نفسها في الفضاء الثلاثي الأبعاد من الرتبة الثانية والثالثة والخامسة والمستوي وأستفدنا منها من خلال ايجاد الفرق بين اقل مسافة حيث أنها لم تكن نفس القيمة رغم تشابه الحقول والجدول 3.3.6 تبين ذلك . و تَبين لنا الفرق كما أننا يمكن أن نسميه الهدف الخاص من العمل في الجدول(***)

جامعة الموصل

كلية التربية للعلوم الصرفة

تطبيقات جديدة لنظرية الترميز في PG(3,5)

هاجر حيدر عبدالله

رسالة ماجستير

رياضيات

بإشراف

الأستاذ

الدكتورة ندى ياسين قاسم يحيى

١٤٤٣هـ

٢٠٢٢م