

**Ministry of Higher Education and
Scientific Research
University of Mosul
College of Computer Science and
Mathematics
Department of Mathematics**



Nonlinear Systems Derived from the Generalized Hamiltonian Formula and its Electronic Circuits

**A Thesis Submitted to the Council of the College of
Computer Science and Mathematics
University of Mosul
as a Partial Fulfillment of Requirements
for the Degree of Doctor of Philosophy in
Mathematics/ Mathematics Computational**

By

Karam Nazar Abdul-Kareem Khalel

Supervised by

Professor Dr. Saad Fawzi Jasim Saied

2024 A.D.

1446 A.H.

Abstract

This study explores the design and expanding of nonlinear dynamical systems in different dimensions using the generalized Hamiltonian form, which in turn ensures boundedness, interconnection between the system's dimensions, and appears zero in Lyapunov exponents. The method of constructing matrices $S(x)$, $R(x)$ and $G(x)$ for this form plays an important and effective role in designing and expanding nonlinear dynamic systems with characteristic properties.

Designing 3D chaotic system with using non-zero matrices $S(x)$ and $G(x)$, with a zero matrix $R(x)$, shows that the system is non-uniformly conservative with lack equilibrium points and its classified as conservative or dissipative by the sum of the Lyapunov exponents only, due to the exist variables in the divergence and derivative of the energy function, which in turn showcasing the coexistence between conservative and dissipative. Based on these characteristics, this type of system is classified as category D, which is a rare system according to the classification of nonlinear dynamical systems by Jafari and Sprott. While designing 4D system (chaotic, hyperchaotic) using non-zero matrices $S(x)$, $R(x)$ and $G(x)$, shows that the system is dissipative in volume, have two equilibrium points and is characterized by its butterfly-shaped attractor. On the other hand, a non-zero matrix $S(x)$, with zero matrices $R(x)$ and $G(x)$, was using to designing eight 5D hyperchaotic systems. All of them exhibited uniformly conservative behavior and showcasing the coexistence through the violation of their symmetry. These systems are classified based on their symmetry, where (GHCS-1) was characterized as a 5D hyperchaotic with $(n - 2)$ positive Lyapunov exponents. (GHCS-2) have full time-reversal symmetry and devised with seven terms, making it the smallest 5D hyperchaotic system in terms of the number of terms.

In addition, the generalized Hamiltonian form is used to expand 3D chaotic system into 6D hyperchaotic system by adding only four terms. This expansion is characterized by the expanded system maintaining the characteristics of the original system in terms of being conservative or dissipative. Finally, the implementation of the electronic circuit of the proposed systems using an oscilloscope device in the Multisim 14.2 software showed agreement with the numerical simulation results from MATLAB 2021, confirming the validity and effectiveness of the proposed systems.



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

الأنظمة غير الخطية المشتقة من صيغة هاملتونين المعممة ودوائرها الالكترونية

اطروحة مقدمة

الى مجلس كلية علوم الحاسوب والرياضيات في جامعة الموصل
كجزء من متطلبات نيل شهادة دكتوراه فلسفة في
الرياضيات/ الرياضيات الحاسوبية

من قبل

كرم نزار عبدالكريم خليل

بإشراف

الاستاذ الدكتور سعد فوزي جاسم سعيد

المستخلص

تستكشف هذه الدراسة تصميم وتوسيع أنظمة ديناميكية غير خطية بأبعاد مختلفة باستخدام صيغة هاميلتونين المعممة، والتي بدورها تضمن الحدود والترابط بين أبعاد النظام، وتظهر صفرًا في أسيات ليبانوف. طريقة بناء المصفوفات $S(x)$ و $R(x)$ لهذه الصيغة تلعب دورا مهما وفعالاً في تصميم وتوسيع الأنظمة الديناميكية غير الخطية ذات الخصائص المميزة.

يوضح تصميم نظام فوضوي ثلاثي الأبعاد باستخدام المصفوفات $S(x)$ و $G(x)$ غير الصفريّة، مع مصفوفة $R(x)$ الصفريّة، بأنه غير محافظ بشكل موحد وأنه يفتقر لنقاط الاتزان ويمكن تصنيفه على أنه محافظ أو مبدد من خلال مجموع أسيات ليبانوف فقط، وذلك بسبب وجود متغيرات في التباعد ومشتقة دالة الطاقة، والتي بدورها تظهر التعايش بين المحافظة والتبديدية. وبناءً على هذه الخصائص تم تصنيف هذا النوع من الأنظمة ضمن الفئة D، وهو نظام نادر حسب تصنيف الأنظمة الديناميكية غير الخطية من قبل جعفري و سبروت. بينما تصميم نظام رباعي الأبعاد (فوضوي ومفرط الفوضى) باستخدام المصفوفات $S(x)$ و $R(x)$ و $G(x)$ الغير صفريّة، يُظهر أنه متبدد في الحجم، ويمتلك نقطتين اتزان، وتتميز جواذبه على شكل فراشة. من ناحية أخرى، تم استخدام مصفوفة $S(x)$ الغير صفريّة، مع المصفوفات $R(x)$ و $G(x)$ الصفريّة، لتصميم ثمانية أنظمة مفرطة الفوضى بخمسة ابعاد. لقد اظهرت هذه الانظمة جميعها سلوكًا محافظًا بشكل موحد وعرضوا التعايش من خلال انتهاك تماثلهم. تم تصنيف هذه الانظمة استنادا على تماثلهم، حيث امتاز النظام (GHCS-1) بانه نظام مفرط الفوضى مع $(n - 2)$ من اسيات ليبانوف الموجبة. (GHCS-2) له تماثل انعكاس كامل للوقت وتم تصميمه بسبعة حدود، مما يجعله أصغر نظام خماسي الأبعاد مفرط الفوضى من حيث عدد الحدود.

بالإضافة إلى ذلك، تم استخدام صيغة هاميلتونين المعممة لتوسيع الأنظمة الفوضوية ثلاثية الأبعاد إلى أنظمة مفرطة الفوضى سداسية الأبعاد عن طريق إضافة أربعة حدود فقط. ويتميز هذا التوسع باحتفاظ النظام الموسع بخصائص النظام الأصلي من حيث كونه محافظا أو تبديديا. وأخيراً أظهر تنفيذ الدائرة الإلكترونية للأنظمة المقترحة باستخدام جهاز الذبذبات في برنامج Multisim 14.2 توافقاً مع نتائج المحاكاة العددية من برنامج MATLAB 2021، مما يؤكد صحة وفعالية الأنظمة المقترحة.