Ministry of Higher Education and Scientific Research
University of Mosul
College of Computer Science and Mathematics
Department of Mathematics

Real and Complex Dynamics for a Family of Cubic Logistic Maps

A Thesis Submitted to the Council of the College of Computer Science and Mathematics University of Mosul as a Partial Fulfillment of Requirements for the Degree of Master of Science in Mathematics/ Mathematics Pure

Baraa Salim Ahmed Saeed

Supervised by

Dr. Salma Muslih Faris Sharqi

2025 A.D. **1446 A.H.**

ABSTRACT

In this work, a new family of the Logistic map $\mathcal{L} = \{L_\alpha(x) = \alpha x^2(1-x): \alpha \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}\}$, was suggested and study the real and complex dynamics of this family. In the real dynamic it is obtained, the fixed point, their location and natures. The critical parameter values of the maps L_α are $\alpha_1 = 4$ and $\alpha_2 \approx 5.333$ and the dynamics of $L_\alpha \in \mathcal{L}$ around these values was studied.

Also, the complex dynamics of the family

$\mathcal{L} = \{L_\alpha(z) = \alpha z^2(1-z): \alpha > 0, z \in \mathbb{C}\}$ was studied. i.e. the Fatou and Julia sets of this maps. In fact, A complete description is provided for these sets. It is proved for any $\alpha \in \mathbb{R}$, $L_\alpha \in \mathcal{L}$ is preservers $\mathbb{R}$, critically finite, maps the negative x-axis into positive real line and has no any complex periodic point. Fatou set of these maps has no Siegel disk, Baker domain, Herman Rings and has no Wandering domain so they consist of parabolic domains and basins of attraction. Finally, using the "escape algorithm" Fatuo and Julia sets are created for varying values of the parameter α using a program

(Matlab version 2015 a). These new types of logistics maps can address some of life's problems.

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

الديناميكية الحقيقية والمعقدة لعائلة من الدوال اللوجستية التكعيبية

رسالة مقدمة
الى مجلس كلية علوم الحاسوب والرياضيات في جامعة الموصل
كجزء من متطلبات نيل شهادة ماجستير علوم في
الرياضيات/ الرياضيات البحتة

من قبل
براء سالم احمد سعيد
بإشراف
د. سلمى مصلح فارس شرقي

١٤٤٦ هـ ٢٠٢٥م

الملخص

في هذا العمل قدمنا نوعاً جديداً من الدوال اللوجستية وهي الدالة اللوجستية التكعيبية باستبدال x بـ x^2 من الدالة الاصلية. ندرس في هذا العمل العائلة.

$$\mathcal{L} = \{L_\alpha(x) = \alpha x^2(1-x) : \alpha \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}\}$$

قمنا بدراسة ديناميكية الدوال للعائلة $\mathcal{L}$ في حقل الاعداد الصحيحة وحقل الاعداد المعقدة في الديناميكية الحقيقية أوجدنا النقاط الثابتة كما حددنا أنواعها ومواقعها .

قمنا ايضاً بدراسة النظام التكراري للدوال تحليلياً حول النقاط المحلية الحرجة للمعلمات $\alpha_1 = 4, \alpha_2 = 5.33$.

في الديناميكية المعقدة درسنا مجاميع فاتو وجوليا للعائلة حيث أعطينا وصفاً كاملاً لهذه المجاميع حيث برهنا أن الدوال $\mathcal{L} \in L_\alpha$ تحافظ على خط الاعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ وأنها ذات قيم حرجة منتهية ولا تمتلك أي نقاط دورية في الفضاء المعقد .

كما اثبتنا ان مجاميع فاتو لهذه الدوال تحتوي فقط على احواض $B(.)$ الجذب والمساحات المكافئة $P(.)$ للنقاط الثابتة. وإن هذه المجاميع لا تحتوي على نوع اخر من المكونات في الانواع الاخرى التي تشكل مجاميع فاتو وهي (Siegel disk, Baker domain, Herman Rings , Wandering domain).

اخيراً فقد استخدمنا " خوارزمية الهروب " لأنشاء مجاميع فاتو وجوليا لمختلف القيم للمعلمة α باستخدام برنامج (ماتلاب a٢٠١٥ version).