

**Ministry of Higher Education and
Scientific Research
University of Mosul
College of Computer Science and
Mathematics
Department of Mathematics**



An Intelligent Model for Solving Fuzzy Partial Differential Equations Using Backpropagation Network and Whale Optimization Algorithm

**A Thesis Submitted to the Council of the College of
Computer Science and Mathematics
University of Mosul
as a Partial Fulfillment of Requirements
for the Degree of Doctor of Philosophy in
Mathematics/ Mathematics Computational
By**

Mohammed Sabah Mahmoud Daoud

Supervised by

Prof. Dr. Omar .S. Qasim

Assistant Prof. Dr. Abdulghafor M. Ameen

Abstract

This study introduces an innovative approach by combining the Homotopy Perturbation Method (HPM) with the Whale Optimization Algorithm (WOA) to solve linear and nonlinear fuzzy differential equations. HAM provides a semi-analytical method for solutions, and WOA optimizes HAM parameters to enhance solution accuracy. The HAM focuses on solving a variety of examples by using WOA to determine the appropriate parameter for each solution through the proposed fitness function based on series solutions of the HAM. The Fuzzy Homotopy Perturbation Method (FHAM) is also used to solve the fuzzy linear and nonlinear differential equations, where WOA is used to improve the FHAM parameters for all α values to enhance the accuracy of the solutions.

Additionally, a new method is presented for addressing Fuzzy Partial Differential Equations (FPDEs) through the integration of Fuzzy Homotopy Analysis Method (FHAM) with WOA and employing a Neural Network (NN) for predictive modeling. The resulting model, termed FHAM_WOANN, aims to improve the accuracy and convergence of FPDE solutions. The NN is trained with diverse random data points within the solutions space of the FHAM. The weight adjustment mechanism is based on comparing FHAM solutions with exact solutions, resulting in a proficiently trained NN capable of efficiently obtaining solutions that converge well. The solution results confirm the effectiveness of the proposed algorithms and their efficiency in solving linear and nonlinear partial differential equations and systems compared to the original HPM by calculating the absolute errors and the mean squared error (MSE).



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

أ نموذج ذكائي لحل المعادلات التفاضلية الجزئية المضطبة باستخدام شبكة الانتشار العكسي و خوارزمية أمثلية الحوت

اطروحة مقدمة

الى مجلس كلية علوم الحاسوب والرياضيات في جامعة الموصل
كجزء من متطلبات نيل شهادة دكتوراه فلسفة في
الرياضيات/ الرياضيات الحاسوبية

من قبل

محمد صباح محمود داؤد

بإشراف

أ.م.د عبدالغفور محمد امين خضر

أ.د. عمر صابر قاسم

الخلاصة

في هذه الدراسة، نقدم نهجًا مبتكرًا من خلال الجمع بين طريقة الاضطراب الهوموتوبي (HPM) وخوارزمية تحسين الحوت (WOA) لحل المعادلات التفاضلية المضطربة الخطية وغير الخطية. توفر HAM طريقة شبيهة تحليلية للحلول، وتقوم WOA بتحسين معاملات HAM لتعزيز دقة الحل. يركز HAM على حل مجموعة متنوعة من الأمثلة، باستخدام WOA لتحديد المعلمة المناسبة لكل حل من خلال وظيفة اللياقة البدنية المقترحة بناءً على الحلول المتسلسلة لـ HAM. كما تم استخدام طريقة الاضطراب الهوموتوبي الضبابي (FHAM) لحل المعادلات التفاضلية الخطية وغير الخطية المضطربة، حيث تم استخدام WOA لتحسين معاملات FHAM لجميع قيم α لتعزيز دقة الحلول.

بالإضافة إلى ذلك، تم تقديم طريقة جديدة لمعالجة المعادلات التفاضلية الجزئية المضطربة (FPDEs) من خلال تكامل طريقة الاضطراب المثلي الضبابي (FHAM) مع WOA واستخدام الشبكة العصبية (NN) للنمذجة التنبؤية. ويهدف النموذج الناتج، المسمى FHAM_WOANN، إلى تحسين دقة وتقارب حلول FPDE يتم تدريب NN باستخدام نقاط بيانات عشوائية متنوعة داخل مساحة الحل الخاصة بـ FHAM. تعتمد آلية تعديل الوزن على مقارنة حلول FHAM مع الحلول الدقيقة، مما يؤدي إلى وجود NN مدرب بكفاءة وقادر على الحصول بكفاءة على الحلول التي تتقارب بشكل جيد. تؤكد نتائج الحلول فعالية الخوارزميات المقترحة وكفاءتها في حل المعادلات والأنظمة التفاضلية الجزئية الخطية وغير الخطية مقارنة مع HPM الأصلي من خلال حساب الأخطاء المطلقة ومتوسط الخطأ المربع (MSE).