جامعة الموصل
كلية التربية

حول حلقات بيرنساید

صفاء علي سالم الجبوري

رسالة ماجستير
الرياضيات

بأشراف
الأستاذ المساعد
الدكتورعبد العالي جاسم محمد

1432هـ 2011 م

المستخلص

في هذه الرسالة ناقشنا اولاً حلقات بيرنسايد (Burnside rings) التي تعمل بدورها على الزمر المنتهية واستعرضنا مفهومها مع بعض المفاهيم المكافئة لها وعناصرها المتحايدة والتي لها معكوسات ضربية ، ومن ثم درسنا علاقتها ببعض المفاهيم مثل حلقة المميز الفائق- (supercharacter ring) والعلامات(marks) وغيرها من المفاهيم ، وقد حصلنا على النتيجة التالية حول العلامات (marks) :-

لتكن $H , K \leq G$ فإن

$$\Phi_{G/H}(H) = \left| \{ {}^{g}K \mid g \in G , H \leq {}^{g}K \} \right| / \left| K \right|$$

كما تطرقنا إلى الزمر القابلة للحل حيث أن الزمرة G قابلة للحل إذا كان $G^{(r)} = 1$ لبعض r عندئذ توجد متسلسلة طبيعية (normal series)

$$1 = G^{(r)} \leq G^{(r-1)} \leq .....\leq G^{(0)} = G$$

تسمى متسلسلة القسمة في G ، حيث G زمرة ابيلية .

وذكرنا أن الزمرة G تكون قابلة للحل إذا وفقط إذا كان $[G/\{0\}]$, $[G/G]$ هما المتحايدان الوحيدان في $\Omega(G)$.

ومن ثم انتقلنا إلى عرض مبسط لحلقات بيرنسايد تحت تأثير بعض العمليات ومن أهم هذه العمليات هي عملية - λ ومن ثم عمليات - ψ ، وصولا إلى تعريف حلقة - λ وبنيتها وحلقة -λ الخاصة مع بيان علاقتهم بعضهم ببعض ومن ثم بيان أن حلقة بيرنسايد هي حلقة - λ إذا كانت الزمرة - G دوارة .

وأخيرا خلصت الدراسة انه إذا كانت لدينا بنى جبرية متشاكلة تقابليا فان البنى المشتقة منها تكون متشاكلة تقابليا أيضا□ ، ولكن العكس ليس من الضروري أن يكون صحيح وذلك من خلال القضية التالية :-

لتكن كل من H , G زمرة فإن

$$G \cong H \Rightarrow {}_{G}\$ets \cong {}_{H}\$ets$$

ولكن ${}_{\$_4}1 \cong {}_{\$_3}1$ و $S_4 \ncong S_3$.

ABSTRACT

The thesis discusses Burnside rings which in turn acting upon the finite groups , the study also reviews Burnside rings concept in addition to other equivalent concepts , as well as to the idempotent elements and elements which have multiple units. then the study tackles the Burnside rings relation with some concepts such as Supercharacter , Marks and other concepts . As regarding the marks , the study reached the following result:-

let $H,K \leq G$ then

$$\Phi_{G/H}(H) = \left| \{ {}^{g}K \mid g \in G , H \leq {}^{g}K \} \right| / \left| K \right|$$

We also presented solvable groups where a group G is solvable if $G^{(r)} = 1$ for some r , then a normal series exists

$1 = G^{(r)} \leq G^{(r-1)} \leq .....\leq G^{(0)} = G$

and called quotient series at G , where G is ablian group .

Also a group G is solvable if and only if [G/{0}] and [G/G] are the only idempotents in $\Omega(G)$.

The study proceeds in giving a simple review to Burnside rings under the influence of some operations , and the most important operations are λ - operations , ψ - operation , till getting the definition of λ - ring ,and its structure , the special λ - ring and showing their relationships among them .

The study also reveals the Burnside ring $\Omega(G)$ is a λ - ring when G is a cyclic group .

Finally we explained that if we have isomorphic algebric structures then derived structures are also isomorphic, but the converse is not necessary true ,as in the following proposition :-

let G , H be any two groups then

$$G \cong H \Rightarrow {}_{G}\$ets \cong {}_{H}\$ets$$

But ${}_{\$_3}1 \cong {}_{\$_4}1$ with $S_3 \quad S_4 \ncong$.

University of Mosul
College of Education

On Burnside Rings

Safaa Ali Salem Al- Jubouri

M.Sc Thesis
Mathematics

Supervised by
Assistant Professor
Dr.Abdul Aali Jasim Mohammad

2011 A.D **1432 A.H**