Ministry of Higher Education and Scientific Research
University of Mosul
College of Computer Science and Mathematics
Department of Mathematics

Homotopy Perturbation Method for Solving Ordinary Differential Equations with Discontinuity and Turning Point

A Thesis Submitted to the Council of the College of Computer Science and Mathematics University of Mosul

As a Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Master of Science in Mathematics / Computational

by

Mohammed Jamal Ahmed Alsabawy

Supervised by

Assistant Professor
Dr. Waleed Mohammed Fathi Al-Hayani

2022 A.D. **1444 A.H.**

Abstract

The classic Homotopy Perturbation method (HPM) will be applied in this thesis to solve ordinary differential equations of the type initial value problems (IPVs) of the first and second order with various forms of discontinuities, providing relevant situations for both linear and nonlinear for diverse cases. Furthermore, ordinary differential equations of the type boundary value problems (BVPs) with a parameter of large and small values representing turning points are solved using the classic homotopy perturbation method.

The numerical results are compared to highlight the great accuracy of the approximate solution results when compared to the precise solution if one exists. Using iteration of the integral equation (IIE) and numerical solution of the Simpson (SIMP) and Trapezoidal (TRAP) rules, the classic homotopy perturbation method was enhanced. The maximum absolute error (MAE), $\|\cdot\|_2$, the maximum relative error (MRLE), the maximum residual error (MREE), the estimated order of convergence at the points x_i (local), and the global estimated order of convergence along the specified interval are also provided.

The results of the HPM is more accurate, convenient, and efficient in solving discontinuity and turning point problems.

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

طريقة هوموتوبي المضطربة لحل المعادلات التفاضلية الاعتيادية مع عدم الاستمرارية ونقطة تحول

رسالة مقدمة
الى مجلس كلية علوم الحاسوب والرياضيات في جامعة الموصل
كجزء من متطلبات نيل شهادة ماجستير علوم في
الرياضيات / الحاسوبية

من قبل

محمد جمال احمد السبعاوي

بإشراف

الأستاذ المساعد
الدكتور وليد محمد فتحي الحياني

2022 A.D. **1444 A.H.**

المستخلص

في هذه الرسالة سوف نستخدم طريقة هوموتوبي المضطربة القياسية (HPM) لحل المعادلات التفاضلية الاعتيادية من نوع مسائل ذات القيم الاولية من الرتبة الاولى ومن الرتبة الثانية مع أنماط مختلفة من عدم الاستمرارية، مع إعطاء الحالات البارزة ذات الصلة لكل من الخطية وغير الخطية للحالات المختلفة. علاوة على ذلك، يتم تطبيق طريقة هوموتوبي المضطربة القياسية على حل المعادلات التفاضلية الاعتيادية من نوع مسائل ذات القيم الحدوية والتي تمثل نقاط تحول مع المعلمة الكبيرة والصغيرة.

لإظهار الدقة العالية لنتائج الحل التقريبي مقارنةً بالحل الدقيق في حالة وجوده، نقوم بإجراء مقارنة للنتائج العددية التي تطبق طريقة هوموتوبي المضطربة القياسية مع تحسين طريقة هوموتوبي المضطربة القياسية باستخدام تكرار المعادلة التكاملية (IIE) والحل العددي لقاعدتي سمبسون (Simpson) و شبه المنحرف (Trapezoidal). بالاضافة الى ذلك، نعطي القيمة القصوى للخطأ المطلق ، المعيار من الرتبة 2 ، القيمة القصوى للخطأ النسبي ، القيمة القصوى للخطأ المتبقي ، تقدير رتبة التقارب عند النقط x_i (محلي) و تقدير رتبة التقارب الاجمالي على طول الفترة المعطاة.

أظهرت النتائج أن طريقة هوموتوبي المضطربة القياسية عالية الدقة ، وأكثر ملائمة وكفاءة لحل المسائل ذات عدم الاستمرارية ونقطة التحول.