وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

استخدام صيغة ستراتونوفك التكاملية لحل المعادلات التفاضلية التصادفية مع تطبيق

رسالة مقدمة
إلى مجلس كلية علوم الحاسوب والرياضيات في جامعة الموصل
كجزء من متطلبات نيل شهادة ماجستير علوم في
الرياضيات/ الرياضيات الحاسوبية

من قبل
إبراهيم محمد محي الدين محمد

بإشراف
أ. د عبدالغفور جاسم سالم اسماعيل

١٤٤٥هـ ٢٠٢٤م

المستخلص

تضمَّنت هذه الرسالة مقدمة عن المعادلات التفاضلية التصادفية، وإيجاد الحلول التحليلية لها وفي حالة كون المعادلات غير خطية تم استخدام طريقة التحويلات (الاختزال) ليتم تحويلها إلى الصيغة الخطية. وقبل البدء بمعظم التحويلات تم التأكد من كون المعادلات التفاضلية التصادفية غير الخطية قابلة للاختزال إلى المعادلات التفاضلية التصادفية الخطية، باستخدام بعض النظريات الخاصة في هذا المجال وتم اعتماد صيغة ستراتونوفك التكاملية للمساعدة في إيجاد الحل ومقارنتها مع طرائق التحويل باستخدام صيغة ايتو التكاملية لكي يمكن إيجاد الحل التحليلي بشكل مضبوط.

كما تضمنت الرسالة أيضا طرائق عددية متمثلة بطريقتي (اويلر–مارویاما وميلستين) من أجل المقارنة مع الحلول التي تم الحصول عليها طرائق الاختزال أو التحويل كما درسنا تقارب الحلول التحليلية التي حصلنا عليها من صيغ ايتو_ستراتونوفك وبين الطرق العددية. كما تم دراسة وتقديم الخطأ المطلق(Absolute error) للطريقتين العدديتين .

و تضمنت الرسالة دراسة استقرارية الحل للمعادلات التفاضلية التصادفية الخطية وغير الخطية، بعد إيجاد الحلول باستخدام صيغة ستراتونوفك التكاملية باستخدام الطريقة الثانية المباشرة للعالم ليابونوف؛ والنظريات الخاصة بالاستقرارية والمقارنة للاستقرارية بإيجاد الحل باستخدام صيغة ايتو التكاملية.

Ministry of Higher Education and
Scientific Research
University of Mosul
College of Computer Science and Mathematics
Department of Mathematics

Using stratonovic integral formula for solving stochastic differential equations with application

A Thesis Submitted to the Council of the College of
Computer Science and Mathematics
University of Mosul
as a Partial Fulfillment of Requirements
for the Degree of Master of Science
in
Mathematics/Computational Mathematics

By

Ibrahim Mohamed Mohideen Mohamed

Supervised by

Prof. Dr. Abdulghafoor Jassim Salim Ismael

2024 A.D. **1445 A.H.**

Abstract

This thesis included an introduction to stochastic differential equations and finding analytical solutions for them. In the event that the equations were non-linear, a method of transformations (reduction) was used to convert them to the linear form. Before starting most of the transformations, it was confirmed that the non-linear stochastic differential equations are reducible to linear stochastic differential equations using some special theories in this field. The Stratonowic integral formula was adopted to help in finding the solution and compared with the transformation methods using Ito's integral formula so that the analytical solution can be found in a correct manner. Exactly.

The thesis also included numerical methods represented by the Euler-Maruyama and Milstein methods in order to compare with the solutions obtained by reduction or transformation methods. We also studied the convergence of the analytical solutions obtained from the Ito-Stratonovic formulas and the numerical methods. The absolute error, strong convergence, and weak convergence of the two numerical methods were also studied and presented.

It also included a study of the stability of the solution to linear and non-linear stochastic differential equations after finding the solutions using the Stratonovic integral formula using the second direct method of the scientist Lyapunov and the theories of stability and comparison of stability by finding the solution using the Ito integral formula.

The thesis consists of four chapters as follows:

Chapter One: The first chapter included the introduction, the reference review, the objective of the thesis, and the most important basics related to stochastic differential equations represented by

stochastic (random) processes and the random Ito-Tyler series, from which the Ito and Stratonovich formulas are obtained.

Chapter Two: The second chapter included the introduction and non-linear stochastic differential equations and their exact or precise analytical solutions using conversion methods (reduction) to convert them to linear ones. It also included the numerical aspect of finding approximate solutions using the Euler-Maruyama and Milstein methods.

Chapter Three: The third chapter consisted of studying the stability of stochastic differential equations after finding the solution using the Ito and Stratonovic integral formulas. It also included some examples of finding stability using the two formulas (Ito and Stratonovic) and comparing the two methods.

Chapter Four: This chapter includes the conclusions and recommendations reached in this study.