

**Ministry of Higher Education and Scientific Research
University of Mosul
College of Computer Science and Mathematics
Department of Mathematics**



Combining Variational Iteration Method and Laplace Transform for Solving Singular Lane- Emden-Fowler Type Differential Equations

**A Thesis Submitted to the Council of the College of
Computer Science and Mathematics
University of Mosul
as a Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science in
Mathematics / Computational Mathematics**

by

Mohamed Hazem Jassim Mohamed

Supervised by

Assist. Prof. Dr. Waleed Mohammed Fathi Abdulrahman

2024 A.D.

1446 A.H.

Abstract

This thesis addresses the combined effects of the Variational Iteration Method and the Laplace Transform (LTVIM) for solving singular IVPs and BVPs of Lane-Emden and Emden-Fowler type ODEs and PDEs for both linear and non-linear cases, with the enhancement of the obtained solution and increasing its accuracy by using the Padé approximants method of an order $[N/M]$ (PA $[N/M]$) on the last iteration. It also shows how to deal with the singular point and its treatment, in addition to showing how to extract the value of the Lagrange Multiplier and its variation in each order of ODEs and PDEs, whether it is the Heat equation or the Wave equation. The solution produced by this method with the least number of iterations shows its effectiveness.

The absolute errors between the exact solution with the suggested method (LTVIM), and the exact solution with the Padé approximants of order $[N/M]$ are also calculated to demonstrate its effectiveness, we also demonstrated the convergence of the suggested method with the exact solution by plotting the exact solution, LTVIM and the Padé approximants in chapters two, three and four, finally, we plot in 3D the absolute error between the exact solution and LTVIM. The dissertation provides a thorough examination of the LTVIM and its application in solving differential equations of Lane-Emden and Emden-Fowler types.



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

دمج طريقة التكرار المتغاير و تحويل لابلاس لحل المعادلات التفاضلية المنفردة من نوع لين-ايمدن-فويلر

رسالة مقدمة

الى مجلس كلية علوم الحاسوب والرياضيات في جامعة الموصل
كجزء من متطلبات نيل شهادة ماجستير علوم في
الرياضيات / الرياضيات الحاسوبية

من قبل

محمد حازم جاسم محمد

بإشراف

أ.م.د. وليد محمد فتحي عبد الرحمن

المستخلص

تتناول الرسالة الجمع بين طريقة التكرار المتغاير وتحويل لابلاس (LTVIM) لحل مسائل القيم الاولية ومسائل القيم الحدودية المنفردة من نمط لين-ايمدن ونمط ايمدن فويلر من المعادلات التفاضلية الاعتيادية والمعادلات التفاضلية الجزئية الخطية وغير الخطية، مع تحسين الحل الذي تم الحصول عليه وزيادة دقته باستخدام تقريبات بادي من الرتبة $[N/M]$ لتحسين دقة الحل التقريبي في آخر تكرار تم الحصول عليه. كما يوضح كيفية التعامل مع النقطة المنفردة ومعالجتها بالإضافة إلى توضيح كيفية استخراج قيمة مضروب لاكرانج وفرقها في كل رتبة من المعادلات التفاضلية الاعتيادية والمعادلات التفاضلية الجزئية الخطية وغير الخطية وسواء كانت معادلة الحرارة أو معادلة الموجة. الحل الذي تنتجه هذه الطريقة بأقل عدد من التكرارات يظهر فعاليته.

يتم أيضاً حساب الخطأ المطلق بين الحل المضبوط مع الطريقة المقترحة (LTVIM) و بين الحل المضبوط مع تقريبات بادي من الرتبة $[N/M]$ لمعرفة مدى فعاليتها . كما وضحنا التقارب بين الطريقة المقترحة مع الحل المضبوط من خلال رسم كل من الحل المضبوط و LTVIM و تقريبات بادي في كل من الفصل الثاني و الفصل الثالث و الفصل الرابع ، وقمنا ايضاً برسم الخطأ المطلق بين الحل المضبوط و LTVIM في ثلاثي الابعاد. تقدم الرسالة تحليلاً متعمقاً لـ LTVIM وتطبيقه في حل المعادلات التفاضلية من نمط لين-ايمدن ونمط ايمدن-فويلر .