



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة الموصل

كلية علوم الحاسوب والرياضيات

قسم الرياضيات

بعض الأنماط من الحلقات النقية الضعيفة معدومة القوى

رسالة مقدمة

إلى مجلس كلية علوم الحاسوب والرياضيات في جامعة الموصل

كجزء من متطلبات نيل شهادة ماجستير علوم في

الرياضيات/ بحتة

من قبل

نوريهان نجدة فاضل

بإشراف

أ.م. زبيدة محمد إبراهيم

المستخلص

يقال للعنصر a في الحلقة R بأنه عنصر نقي ضعيف معدوم القوى ، إذا أمكن كتابته كحاصل جمع أو طرح عنصر معدوم القوى b وعنصر متحايد e ، بحيث إن $a = b + e$ أو $a = b - e$. ويقال للحلقة R بأنها نقية ضعيفة معدومة القوى ، إذا كان كل عنصر فيها نقياً ضعيفاً معدوماً القوى .

في هذه الرسالة تمت دراسة بعض الخواص الجديدة للحلقات النقية الضعيفة معدومة القوى ، لتكن R حلقة مع $Id(R) = \{0,1\}$. فإن R حلقة نقية ضعيفة معدومة القوى ، إذا وفقط إذا كانت R حلقة محلية و $J(R)$ هو مثالي معدوم .

من الأهداف الرئيسية لهذه الرسالة دراسة صنف جديد من الحلقات النقية الضعيفة معدومة القوى ، وهي الحلقات النقية الضعيفة من النمط JN . أعطينا الخواص الأساسية لهذه الحلقات وعلاقتها مع الحلقات الأخرى .

ومن أبرز النتائج التي حصلنا عليها:

1. لتكن R حلقة إبدالية . فإن R هي حلقة نقية ضعيفة معدومة القوى ، إذا وفقط إذا كانت $R/P(R)$ هي حلقة نقية معدومة القوى.
2. في الحلقة الإبدالية R ، إذا كان x عنصراً نقياً ضعيفاً معدوم القوى ، فإن x^m هو عنصر نقي ضعيف معدوم القوى إذا كان

$$(x - y)^m = \sum_{k=0}^m (-1)^{2k} \binom{m}{k} x^k y^{m-k} \quad x, y \in R$$

3. لتكن R حلقة نقية معدومة القوى وليكن $a \in R$ ، إذا كان aR لا يحوي عنصراً متحايداً غير صفري فإنه يمكن كتابة a كحاصل جمع عنصر معدوم القوى وعنصر موائم.

4. لتكن $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$ حلقات . فإن $R = \prod_{i=1}^n R_i$ هي حلقة نقية ضعيفة من

النمط JN ، إذا وفقط إذا كانت كل R_i ، لكل i هي حلقة نقية ضعيفة من النمط JN

بشرط أن واحدة على الأقل من الحلقات R_i هي ليست نقية معدومة القوى .

5. كل عنصر نقي ضعيف بقوة من النمط JN هو نقي بقوة .

Ministry of Higher Education
Scientific Research
University of Mosul
College of Computer Science and
Mathematics
Department of Mathematics



(Some Certain Types of Weak Nil Clean Rings)

A Thesis Submitted to the Council of the
College of
Computer Science and Mathematics
University of Mosul
as a Partial Fulfillment of Requirements for the degree of Master of Science
in
Mathematics / Pure

By
(Norihan Najdat Fadel)

Supervised by
(Ass. Prof. Zubaida Mohammed Ibraheem)

Abstract

An element a of a ring R is said to be a weak nil clean element, if can be written as a sum or a difference of a nilpotent element b and an idempotent element e such that $a = b + e$ or $a = b - e$, and the ring R is said to be weak nil clean ring if each of its elements is weak nil clean.

In this work we first studied some properties of weak nil clean rings, Let R be a ring with $Id(R) = \{0,1\}$. Then R is weak nil clean, if and only if, R is local ring and $J(R)$ is Nil ideal.

Our major goals is to study new classes of weak nil clean rings namely, weak JN-clean ring, we give the basic properties of this rings and their relations with other rings.

Some of the main results of the present work are follows:

1. Let R be a ring. Then R is weak nil clean if and only if, $R/P(R)$ is weak nil clean.
2. In a commutative ring R , if x is weak nil clean element, then x^m is weak nil clean element if
$$(x - y)^m = \sum_{k=0}^m (-1)^{2k} \binom{m}{k} x^k y^{m-k} \quad x, y \in R.$$
3. Let R be a weakly Nil clean ring and let $a \in R$. If aR contains no non-zero idempotent. then, a is the sum of a nilpotent and a right unit.
4. Let R_1, R_2, \dots, R_n be rings. Then, $R = \prod_{i=1}^n R_i$ is weak JN-clean if and only if each R_i for each i is weak JN-clean and at most one R_i is not nil clean ring.
5. Every strongly weak JN-clean element is strongly clean.