

**University of Mosul  
College of Education  
For Pure Science**



## **Construction of $q$ -ary $(n, M, d)$ -codes in $PG(n, 8)$**

**Marwa Hussein Rajab**

**M.Sc. Thesis**

**Mathematics**

**Supervised by**

**Professor Dr. Nada Yassen Kasm Yahya**

**2023 A.D**

**1444 A.H**

## Abstract

This thesis aims to correct the errors of the codes that are formed and establish the relationship between the applications of the coding theory in the projective plane  $PG(2,8)$  of the eighth order and to study the applications of the coding theory in the projective space  $PG(3,8)$  on the Galois field of the eighth order in the linear projection  $(n, k, d, q)$  as the code length  $n$  and then calculate the code dimensions  $k$  and the minimum distance  $d$  with error correction  $e$  according to the hit matrix. This thesis also presents application and theories of the links between combinatorial structures and coding theory. Also, the coding theory was applied to the plane and projective space, and we found the parameters and noticed that they are not ideal. Finally, the aim of this work is to build complete surfaces and arches in the three-dimensional projective space  $PG(3,8)$  over Galois fields  $q = 8$  which represents the application of algebraic geometry in the three - dimensional projective space  $PG(3,8)$ , where  $q = 8$  which is the  $(k, \mathbb{F}_q)$  - span in  $PG(3,8)$ . The results were as follows: first we found the points, lines and planes in space and constructed the  $(k, \mathbb{F}_q)$  - span which is a set of  $k$  lines that no two of them intersect. The maximum whole area of the  $(k, \mathbb{F}_q)$  - span in  $PG(3,8)$  is  $(65, \mathbb{F}_q)$  which is equal to all the points it intersects and equals an empty set called the spreads. Each point in space is an element of the spreads and satisfies the equation  $q^2+1$ .

## المستخلص:

الهدف من هذه الرسالة تصحيح الاخطاء في الرموز التي تتشكل وتثبت العلاقة بين تطبيقات نظرية الترميز في المستوى الاسقاطي  $PG(2,8)$  من الرتبة الثامنة ودراسة تطبيقات نظرية الترميز في الفضاء الاسقاطي  $PG(3,8)$  على مجال كالوا من الرتبة الثامنة في الاسقاط الخطي  $(n,k,d,q)$  الرموز مثل طول الكود  $n$  ثم حساب , ابعاد الكود  $k$ , والمسافة الدنيا  $d$ , مع تصحيح الخطأ  $e$ , وفقا لمصفوفة الاصابه تقدم هذه الرسالة النظريات للروابط بين الهياكل الاندماجية ونظرية الترميز , وكذلك طبقنا نظرية الترميز على المستوي والفضاء الاسقاطي ووجدنا المعلمات ولاحظنا انها ليست مثالية. واخيرا الهدف من هذا العمل هو بناء الاسطح والاقواس الكاملة في الفضاء الاسقاطي الثلاثي الابعاد  $PG(3,8)$  فوق حقول كالوا  $q=8$  . الذي يمثل تطبيق الهندسة الجبرية في الفضاء الاسقاطي ثلاثي الابعاد  $PG(3,8)$  حيث  $q=8$  وهو الامتداد  $(k,\mathbb{F}_q)$  في  $PG(3,8)$  نحصل على النتائج التالية اولا وجدنا النقاط والخطوط والمستويات في الفضاء وقمنا ببناء الامتداد  $(k,\mathbb{F}_q)$  وهي مجموعة من خطوط  $k$  لا يتقاطع اي اثنان منهما ان اقصى مساحة كاملة في الامتداد  $(k,\mathbb{F}_q)$  في  $PG(3,8)$  هي  $(65, \mathbb{F}_q)$  وهي تساوي جميع نقاط التي تقاطعها يساوي مجموعة خالية تسمى الناشر. بحيث كل نقاط من الفضاء عنصر في الناشر وتحقق المعادلة  $.q^2+1$



جامعة الموصل  
كلية التربية للعلوم الصرفة

بناء الترميز من النمط  $q$ -ary  $(n, M, d)$  في الفضاء الاسقاطي  
 $PG(n, 8)$

مروه حسين رجب

رسالة ماجستير

رياضيات

بإشراف

الاستاذ الدكتورة ندى ياسين قاسم يحيى

٢٠٢٣ م

١٤٤٤ هـ