



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

حول الحلقات الضعيفة النقية الملتفة من النمط – 2 مع التطبيقات في نظرية البيان

رسالة مقدمة

إلى مجلس كلية علوم الحاسوب والرياضيات في جامعة الموصل
كجزء من متطلبات نيل شهادة ماجستير علوم في
الرياضيات/ الرياضيات البحتة

من قبل

سالم غدير سالم اسحق

بإشراف

أ.د. رائدة داود محمود داود

أ.د. أحمد محمد علي محمد

الخلاصة

يقال للحلقة R أنها حلقة ضعيفة نقية ملتفة ، إذا كان لكل عنصر $a \in R$ يكتب بالشكل

$a = u + e$ أو $a = u - e$ إذ إن $u \in Invo(R)$ و $e \in Id(R)$ ، كما يقال للحلقة R أنها

حلقة نقية ملتفة من النمط - 2 إذا كان كل عنصر x في R يكتب بالشكل $x = u + v + e$ ، إذ

إن $e \in Id(R)$ و $u, v \in Invo(R)$. في هذه الرسالة تم إعطاء تعريفاً جديداً وهو تعميم للحلقات

الضعيفة النقية الملتفة والنقية الملتفة من النمط - 2 ، والذي يعرف كالاتي: يقال للعنصر x في الحلقة

R أنه عنصراً ضعيفاً نقياً ملتفاً من النمط - 2 إذا كان $x = u + v + e$ أو $x = u + v - e$ ،

إذ إن $u, v \in Invo(R)$ و $e \in Id(R)$ ، كما يقال للحلقة R بأنها ضعيفة نقية ملتفة من النمط

- 2 إذا كان كل عنصر فيها عنصراً ضعيفاً نقياً ملتفاً من النمط - 2. وانطلاقاً من هذا التعريف تم

دراسة العديد من الخواص لهذه الحلقات وعلاقتها مع العناصر والحلقات النقية الأخرى، فضلاً عن ذلك

تم دراسة صنف جديد في نظرية البيان ناتج من الحلقات الضعيفة النقية الملتفة من النمط - 2 والذي

رمزنا له بـ $W_2^{invo} Cl(R)$ مع دراسة عدد من خواصه في نظرية البيان، وتم الحصول على رتبة وحجم

وعصبة الحلقات الضعيفة النقية الملتفة من النمط - 2 عندما تكون الحلقات Z_p^n ، $Z_{p^n q^m}$ و

$Z_{p^n q^m r^h}$ لكل p, q, r أعداد أولية أكبر من 2 وأن n, m, h أعداد صحيحة موجبة .

**Ministry of Higher Education and
Scientific Research
University of Mosul
College of Computer Science and
Mathematics
Department of Mathematics**



On Weakly 2 – Involution Clean Rings with Applications in Graph Theory

**A Thesis Submitted to the Council of the College of
Computer Science and Mathematics
University of Mosul
as a Partial Fulfillment of Requirements
for the Degree of Master of Science
in
Mathematics/ Mathematics Pure**

**By
Salim Ghadeer Salim Ishaq**

Supervised by

Prof. Dr. Raida Dawood Mahmood

Prof. Dr. Ahmed Mohammed Ali

Abstract

A ring R is a weakly involution clean when every element $a \in R$, It is able to be expressed as $a = u + e$ or $a = u - e$, where $u \in Invo(R)$ and $e \in Id(R)$. Moreover, R is a 2 – involution clean ring when every element $x \in R$ is able to be written in the form $x = u + v + e$, where $e \in Id(R)$ and $u, v \in Invo(R)$.

In this thesis, a new definition has been introduced, which generalizes both involution clean rings and 2 – involution clean rings. Specifically, for $x \in R$ is a weakly 2 – involution clean element if it can be expressed as $x = u + v + e$ or $x = u + v - e$, where $e \in Id(R)$ and $u, v \in Invo(R)$. Accordingly, R is a weakly 2 – involution clean ring when every element in R is a weakly 2 – involution clean.

Based on this new definition, several properties of weakly 2 – involution clean rings have been studied, along with their relationships with other clean elements and clean rings. Furthermore, a new class in graph theory derived from weakly 2 – involution clean rings has been investigated, denoted by $W_2^{invo} Cl(R)$, and some of its graph-theoretical properties have been explored. The order, the size, and the clique number of weakly 2 – involution clean rings are determined for the cases when the rings are Z_{p^n} , $Z_{p^n q^m}$, and $Z_{p^n q^m r^h}$, where p, q, r , are prime numbers greater than 2, and n, m, h , are positive integers .