Ministry of Higher Education and
Scientific Research
University of Mosul
College of Computer Science and
Mathematics
Department of Mathematics

Improvement of Conjugate Gradient Methods to Reduce Noise in Images

**A Thesis Submitted to the Council of the College of
Computer Science and Mathematics
University of Mosul
as a Partial Fulfillment of Requirements
for the Degree of Doctor of Philosophy in
Mathematics / Computational Mathematics**

By

Mohammed Wa'adullah Taha Mohammed

Supervised by

Prof. Dr. Basim Abbas Hassan Abdulrahman

2025 A.D. **1447 A.H.**

ABSTRACT

Recent developments in gradient-based methods have made it possible to use them more effectively in image restoration problems, leading to more accurate results. Iterative gradient methods represent an important class of methods for solving the image restoration problems described in this study. The most significant advantage of conjugate gradient methods is their low memory requirements and rapid convergence. The conjugate parameter plays an important role in improving conjugate gradient methods.

Several conjugate gradient formulas have been derived in the conjugate gradient method based on the second-order Taylor series and then used to construct a new curvature condition, taking advantage of the search direction properties of Newton's method, the conjugation condition, and the Berry conjugation condition. Based on these formulas, we present new research directions for conjugate gradient methods for use in image restoration and impulse noise removal. These formulas rely on the values of the function and the gradient vectors at each iteration, which contributes to improving the efficiency of the methods and the accuracy of the convergence process to a solution. Under certain assumptions and using the Wolff research line, the overall regression and convergence properties of the given methods are discussed.

Numerical results demonstrate that the new methods have a high level of efficiency and accuracy in image reconstruction and convergence speed when compared to the known formula using some standard test images in this field.

The study concludes with a discussion of the new findings and some suggestions for future applications.

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

تحسين طرائق التدرج المترافق لتقليل التشويش في الصور

اطروحة مقدمة
الى مجلس كلية علوم الحاسوب والرياضيات في جامعة الموصل
كجزء من متطلبات نيل شهادة دكتوراه فلسفة في
الرياضيات/ الرياضيات الحاسوبية

من قبل
محمد وعدالله طه محمد

بإشراف
أ.د. باسم عباس حسن عبدالرحمن

١٤٤٧هـ ٢٠٢٥ م

المستخلص

ان التطورات الحديثة في طرائق أساسها التدرج جعلت استخدامها في مسائل استعادة الصور أكثر فعالية، كما ويؤدي إلى النتائج أكثر دقة. تمثل طرائق التدرج التكرارية صنفاً مهماً لحل مسائل إستعادة الصور التي تم وصفها في هذه الدراسة. إن الفائدة الأكثر أهمية لطرائق التدرج المترافق تكمن بأن تلك الطرائق تمتلك متطلبات الذاكرة المنخفضةِ وسرعةِ التقارب. كما ويلعب المعامل المترافق دوراً مهماً في تحسين طرائق التدرج المترافق.

تمت اشتقاق عدة صيغ للتدرجات المترافقة في طريقة التدرج المترافق اعتماداً على متسلسلة تايلور من الرتبة الثانية وثم استخدمت لبناء شرط الانحناء الجديد مع استفادة من خواص اتجاه البحث لطريقة نيوتن وشرط الترافق وشرط الترافق پيري. ومن ثم الاعتماد على هذه الصيغ لتقدم اتجاهات البحث جديد لطرائق التدرج المترافقة لاستخدامها في استعادة الصور المشوهة وإزالة ضوضاء المسلطة عليها. وهذه الصيغ تعتمد على قيم الدالة ومتجهات التدرج في كل تكرار. والتي تساهم في تحسين كفاءة الطرائق ودقة عملية التقارب لغرض الوصول إلى الحل، تحت بعض الفرضيات مع استخدام خط بحث وولف، كما وتم مناقشة خصائص الانحدار والتقارب الشامل للطرائق المعطاة.

تبين النتائج العددية أن الطرائق الجديدة ذات مستوى عالي الكفاءة والدقة في إستعادة الصور وسرعة التقارب عند مقارنتها مع الصيغة المعروفة من خلال استخدام بعض الصور الاختبار القياسية في هذا المجال.

وتنتهي الأطروحة بمناقشة الاستنتاجات الجديدة وإعطاء بعض الاقتراحات لتطبيقها في المستقبل.