



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

دراسة استقرارية الحل لبعض المعادلات التفاضلية التصادفية بحدود دوال مثلثية مع التطبيق

رسالة مقدمة

إلى مجلس كلية علوم الحاسوب والرياضيات في جامعة الموصل
كجزء من متطلبات نيل شهادة ماجستير علوم في
الرياضيات / الحاسوبية

من قبل

علي عبد الحق إسماعيل البدراني

بإشراف

أ.د. عبد الغفور جاسم سالم العبيدي

المستخلص

تمثلت الرسالة دراسة المعادلات التفاضلية التصادفية بحدود دوال مثلثية (المعادلات التفاضلية التصادفية لبعض الدوال المثلثية) المتمثلة بدالة الجيب ودالة الجيب تمام ودالة الظل, تم استخدام صيغة ايتو التكاملية لايجاد الصيغ العامة لتلك المعادلات بعد الحصول على الصيغ العامة لكل منها تم دراسة استقراريتها باستخدام دالة ليابونوف حسب الطريق الثانية المباشرة. وتم برهان وتحقيق بعض العلاقات للدوال المثلثية المعروفة في المعادلات الاعتيادية والتحقق من صحتها على المعادلات التفاضلية التصادفية باستخدام صيغة ايتو-تايلر التكاملية. وتم ايجاد الحل المضبوط ومقارنته مع الحلول التقريبية باستخدام الطرق العددية لحل المعادلات التفاضلية التصادفية بحدود دوال مثلثية. وتضمنت امثلة توضح معظم المفاهيم التي تم دراستها في هذه الرسالة. تتألف الرسالة من اربعة اقسام وكما يلي:

الفصل الأول: يحتوي على مقدمة ونبذة تاريخية والهدف من الرسالة واهم الاساسيات المتعلقة بالمعادلات التفاضلية التصادفية مع صيغة ايتو- تايلر التكاملية متمثلة باهم التعريفات والمفاهيم الأساسية المتعلقة بهذا الموضوع اضافة الى طرق ايجاد الحل التحليلي للمعادلات التفاضلية التصادفية الخطية وغير الخطية.

الفصل الثاني: يتمثل بايجاد الصيغة العامة للمعادلات التفاضلية التصادفية لمجموعة من الدوال المثلثية (الجيب والجيب تمام ودالة الظل) باستخدام صيغة ايتو (Itô Formula) وتم برهانها مع عرض بعض الأمثلة عليها وايجاد الحل المضبوط لها.

الفصل الثالث: في هذا الفصل تم ايجاد ودراسة الإستقرارية باستخدام الطريقة الثانية المباشرة للعالم ليابونوف مع بعض الامثلة من المعادلات التفاضلية التصادفية بحدود دوال مثلثية ويحتوي الفصل ايضا على الحل العددي (التقريبي) باستخدام طريقتين عدديتين طريقة أويلر- ماروياما (Euler-Maruyama)، و طريقة ميلستين (Milstein) للمقارنة مع الحل المضبوط, كما تم دراسة وتقديم الخطأ المطلق (Absolute error) و التقارب القوي (strong convergence) و التقارب الضعيف (weak convergence) للطريقتين العدديتين .

الفصل الرابع: يتضمن الاستنتاجات والتوصيات التي تم التوصل إليها في هذه الدراسة .

Studying the stability of the solution for some stochastic differential equation with trigonometric terms with application

**A Thesis Submitted to the Council of the College of
Computer Science and Mathematics
University of Mosul
as a Partial Fulfillment of Requirements
for the Degree of Master of Science
in
Mathematics / Computational
By**

Ali Abdul Haq Ismail Al Badrani

Supervised by
Professor
Dr. Abdulghafoor Jasim Salim

2023 A.D.

1444 A.H.

Abstract

The thesis was the study of stochastic differential equations with the limits of trigonometric functions (the stochastic differential equations for some trigonometric functions) represented by the sine function, the cosine function, and the tangent function. Ito's integral formula was used to find the general formulas for these equations. After obtaining the general formulas for each of them, their stability was studied using the Lyapunov function According to the second direct way. Some of the relationships of the well-known trigonometric functions in the ordinary equations have been proved and verified on stochastic differential equations using the Ito-Tyler integrative formula. The exact solution was found and compared with the approximate solutions using numerical methods to solve stochastic differential equations with the limits of trigonometric functions. It included examples illustrating most of the concepts studied in this thesis. The thesis consists of four chapters, as follows:

The first chapter: contains an introduction, a brief history, the aim of the thesis, and the most important basics related to stochastic differential equations with the Ito-Tyler integrative formula, represented by the most important definitions and basic concepts related to this topic, in addition to ways to find the analytical solution to the linear and nonlinear stochastic differential equations.

The second chapter: It is represented by finding the general formula of the random differential equations for a group of trigonometric functions (sine, cosine and tangent function) using the Ito Formula. It has been proven with some examples presented and an exact solution to it.

The third chapter: In this chapter, stability was found and studied using the second direct method of the world Lyapunov with some examples of stochastic differential

equations with the limits of trigonometric functions. Milstein for comparison with the exact solution. Absolute error, strong convergence and weak convergence of the two numerical methods were also studied and presented.

Chapter Four: includes the conclusions and recommendations reached in this study.