

**Ministry of Higher Education and  
Scientific Research  
University of Mosul  
College of Computer Science and  
Mathematics  
Department of Mathematics**



# **High Dimensional Dynamical Systems and Its Synchronization Phenomena**

**A Thesis Submitted to the Council of the College of  
Computer Science and Mathematics  
University of Mosul  
as a Partial Fulfillment of Requirements  
for the Degree of Doctor of Philosophy in  
Mathematics/Computational Mathematics**

**By**

**Shua'a M. Aziz Ibrahim**

**Supervised by**

**Assistant Professor Dr. Saad Fawzi Jasim**

---

**2023 A.D.**

**1444 A.H.**

## **Abstract**

The high dimensional hyperchaotic dynamical systems are of great interest, especially after the development of methods of penetration of data and for sites with limited access. These dynamical systems are used in encryption so that it is very difficult for the hacker to decrypt. Sprott in 2011 mentioned three conditions for accepting a study for a new chaotic system, the third condition included the creation of a system that would be simpler than the existing systems, and this is what encouraged us to do this work.

The present thesis deals with the construction of four simple 6D and 7D hyperchaotic systems via two different strategies, the coupling and the state feedback strategies. These systems are considered as simple systems due to the fact that the total number of terms for 6D and 7D are 13 and 15, respectively, which are values that have not been obtained so far. Some properties of dynamical systems such as dissipation, stability, equilibrium points, Lyapunov exponents, Lyapunov dimension, symmetry, sensitivity, classification of their attractors to hidden or self-excited are done too. The study of coexistence, as well as the study of synchronization, is either complete synchronization or hybrid projective synchronization. Finally, electronic circuit diagrams using the Multisim-14.2 platform are performed for these systems. All systems were simulated using the Matlab-2020a platform, where the results of the experiment proved to be compatible with the theory such as the divergence with the summation of Lyapunov exponents, as well as the convergence of the paths of the synchronization errors system to zero.



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي  
جامعة الموصل  
كلية علوم الحاسوب والرياضيات  
قسم الرياضيات

# الانظمة الديناميكية عالية الأبعاد وظواهر التزامن

أطروحة مقدمة  
الى مجلس كلية علوم الحاسوب والرياضيات في جامعة الموصل  
كجزء من متطلبات نيل شهادة دكتوراه فلسفة في  
الرياضيات/ الرياضيات الحاسوبية

من قبل

شعاع محمود عزيز ابراهيم

باشراف

الأستاذ المساعد الدكتور سعد فوزي جاسم

## المستخلص

تعد الأنظمة الحركية شديدة الفوضوية عالية البعد ذات أهمية كبيرة خاصة بعد تطور اساليب الاختراق للبيانات وللمواقع ذات الولوج المحدود ، تتم الاستفادة من هذه النظم في التشفير بحيث يكون من الصعب جدا للمخترق ان يفك تشفيرها. لقد ذكر Sprott في عام ٢٠١١ ثلاثة شروط لقبول نظام فوضوي جديد للدراسة، وقد تضمن الشرط الثالث استحداث نظام يكون ابسط من الأنظمة الموجودة وهذا ما شجعنا على انجاز هذا العمل.

لقد تناولت هذه الاطروحة توليد أربعة نظم حركية بسيطة عالية البعد شديدة الفوضوية، اثنان منهم ذوو البعد ٦ والأخران ذوو البعد ٧ ، وباستخدام استراتيجيتين مختلفتين هما استراتيجية الاقتران و استراتيجية حالة التغذية الراجعة. إذ تم الحصول على نظامين بسيطين من البعدين ٦ و ٧ وكان عدد الحدود ١٣ و ١٥ على التوالي وهي قيم لم يتم الحصول عليها لحد الآن، كما تم الحصول على نظامين من البعدين ٦ و ٧ متضمنين حدين غير خطيين لكل منهما. لقد تحققت لدينا حالة التحول (switching) في نظامين احدهما ذو بعد ٦ والآخر ذو بعد ٧. تم في هذه الاطروحة دراسة بعض خصائص النظم الحركية مثل التبدد، الاستقرار، نقاط الاتزان، أسّيّات ليبانوف، بُعد ليبانوف، التناظر، الحساسية، تصنيف جواذبهم الى مخفية او متحفزة ذاتيا، دراسة التعايش، فضلا عن دراسة المزامنة بنوعيتها المزامنة الكاملة و المزامنة الاسقاطية الهجينة. وكتطبيق للنتائج، تم تكوين اربعة مخططات لدوائر كهربائية باستخدام برنامج Multisim ١٤.٢ تمثل كل واحدة منها احد الأنظمة المستحدثة. لقد تمت محاكاة النظم كافة باستخدام برنامج MATLAB ٢٠٢٠a، حيث اثبتت نتائج الدراسة العملية مطابقتها للشروط النظرية مثل تساوي التباعد مع مجموع اسية ليبانوف وكذلك تقارب مسارات نظام أخطاء المزامنة الى الصفر.