

Ministry of Higher Education and
Scientific Research
University of Mosul
College of Computer Science and
Mathematics
Department of Mathematics



Maximum– n Distance Polynomials of Certain Graphs with Some Applications of Intelligent Techniques

A Thesis Submitted to the Council of the College of
Computer Science and Mathematics
University of Mosul
as a Partial Fulfillment of Requirements
for the Degree of Doctor of Philosophy in
Mathematics/ Pure

By

Raghad Abdulazeez Mustafa Abdullah

Supervised by

Professor

Dr. Ahmed Mohammed Ali

Assist. Professor

Dr. AbdulSattar Mohammed Khidhir

2022 A.D.

1443 A.H.

ABSTRACT

The maximum distance, “*max-n - distance*” in a connected graph G is the maximum of the distances from a singleton vertex v , $v \in V(G)$ to the vertices in a subset S of a graph G , $|S| = n - 1$, $n \geq 3$, such that v does not belong to S , and denoted by $d_{max}(v, S)$, that is:

$$d_{max}(v, S) = \max\{d(v, u) : u \in S\}, |S| = n - 1, 3 \leq n \leq p,$$
 in which p is the order of a graph G .

The polynomial for this distance of the graph G , “*M_n - polynomial*”, denoted by $M_n(G; x)$, is defined by

$$M_n(G; x) = \sum_{k=m}^{\delta_{max}(G,n)} C_n(G, k) x^k,$$

where $m = \min\{d_{max}(v, S), v \in V(G) - S, S \subseteq V(G)\}$ and $C_n(G, k)$ is the number of pairs (v, S) , such that $d_{max}(v, S) = k$.

The index for this distance, “*M_n - index*”, can be found by differentiating M_n - polynomial with respect to x and then put $x = 1$, that is:

$$M_n(G) = \frac{d}{dx} M_n(G; x)|_{x=1} = \sum_{k=m}^{\delta_{max}(G,n)} k C_n(G, k).$$

In this thesis, we have studied the M_n - polynomials and M_n - indices for some of special graphs, cog - special graphs, thorn of special trees, and special cycles graphs and then found the Hosoya polynomial and Wiener indices for all the above graphs.

Also, we used some of artificial intelligence techniques to predict the coefficients of Hosoya polynomial of trees that have order 11 or less and to calculate the coefficients of the maximum distance polynomials “*M_n - polynomials*” for any simple connected graph.



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

متعددات حدود المسافة العظمى – n لبيانات معينة مع بعض تطبيقات التقنيات الذكائية

اطروحة مقدمة
الى مجلس كلية علوم الحاسوب والرياضيات في جامعة الموصل
كجزء من متطلبات نيل شهادة دكتوراه فلسفة في
الرياضيات/البحثة

من قبل

رغد عبدالعزيز مصطفى عبدالله

بإشراف

أ.م.د. عبدالستار محمد خضر

أ.د. احمد محمد علي

المخلص

المسافة العظمى، " المسافة - n - العظمى "، للبيان المتصل G هي اعظم مسافة من الرأس v ،
 $v \in V(G)$ ، الى رؤوس المجموعة الجزئية S من البيان G ، $|S| = n - 1$ ، $n \geq 3$ ، حيث ان v لا
ينتمي الى S ، ويرمز لها بالرمز $d_{max}(v, S)$ ، اي ان :

$$d_{max}(v, S) = \max\{d(v, u) : u \in S\}, |S| = n - 1, 3 \leq n \leq p,$$

حيث p يمثل رتبة البيان G .

متعددة الحدود بالنسبة لهذه المسافة للبيان G ، "متعددة الحدود - M_n " ، يرمز لها بالرمز $M_n(G; x)$ ،
وتعرف على انها :

$$M_n(G; x) = \sum_{k=m}^{\delta_{max}(G, n)} C_n(G, k) x^k,$$

اذ ان $m = \min\{d_{max}(v, S), v \in V(G) - S, S \subseteq V(G)\}$ ، وان $C_n(G, k)$ يمثل عدد الأزواج
 (v, S) بحيث ان $d_{max}(v, S) = k$.

دليل هذه المسافة، " دليل - M_n " ، نستطيع ايجاده عن طريق اشتقاق متعددة الحدود - M_n بالنسبة لـ
 x وبأخذ $x = 1$ ، اي ان :

$$M_n(G) = \frac{d}{dx} M_n(G; x)|_{x=1} = \sum_{k=m}^{\delta_{max}(G, n)} k C_n(G, k) ,$$

في هذه الاطروحة، قمنا بدراسة متعددات الحدود - M_n والادلة - M_n لبعض البيانات الخاصة
والبيانات الخاصة المسننة والشوكيات لأشجار خاصة وليبيانات الدارات الخاصة ، ثم اوجدنا متعددات حدود
هوسويا وادلة وينر لكل البيانات اعلاه .

كذلك، استخدمنا بعض تقنيات الذكاء الاصطناعي للتنبؤ بمعاملات متعددة حدود هوسويا لأشجار ذات
رتبة 11 او اقل، و لحساب أيضا معاملات متعددة حدود المسافة العظمى "متعددة الحدود - M_n " ، لأي بيان
متصل بسيط.