

**Ministry of Higher Education and
Scientific Research
University of Mosul
College of Computer Science and
Mathematics
Department of Mathematics**



On Differential Subordination of Holomorphic Univalent and Multivalent Functions

**A Thesis Submitted to the Council of the College of
Computer Science and Mathematics
University of Mosul
As a Partial Fulfillment of Requirements
For the Degree of Master of Science**

**In
Mathematics/Pure Mathematics**

By

Sipal Saeed Khalil

Supervised by

Prof. Dr. Abdul Rahman Salman Juma

2023 A.D.

1444 A.H.

Abstract

The aim of this thesis is the study the concept of differential subordination of holomorphic functions defined on the open unit disk $U = \{z: z \in \mathbb{C}; |z| < 1\}$ at the complex plane \mathbb{C} . Furthermore, we have displayed some classes of univalent and multivalent functions related to differential subordination. Several interesting geometric properties are obtained quasi subordination and bi- univalent functions are also taken in consideration. In this study such that we have present of $\mathcal{M}_{\Sigma}^q(\beta, \psi)$, and $\mathcal{N}_{\Sigma}^q(\partial, \lambda, \psi)$ are subclasses of bi- univalent functions with got the coefficients $|a_2|$ and $|a_3|$ of Taylor-Maclaurin connected to quasi-subordination. Also, we have talked $\mathcal{H}_k^n(m, \alpha, \delta, \beta; \tau)$ and $\mathcal{H}_k^n(m, \alpha, \delta, \beta; \mu)$ are subclasses of bi- univalent functions defined by the multiplier operator $L_{m, \alpha}^n$ in the open unite disk and we refined estimates for the functions in the new subclasses for the first two Taylor-Maclaurin coefficients, $|a_2|$ and $|a_3|$. Also, we have studied the third differential subordination of multivalent functions and obtained the sandwich theorem and other geometric properties of superordination. Finally, geometric properties like, coefficient estimate, distortion and growth theorem, radii of starlikeness and convexity and extreme points of functions in subclass $\mathcal{P}(t, \alpha)$ are also obtained.



وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة الموصل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

حول التابعة التفاضلية للدوال الهولومورفية احادية التكافؤ ومتعددة التكافؤ

رسالة مقدمة

الى مجلس كلية علوم الحاسوب والرياضيات في جامعة الموصل
كجزء من متطلبات نيل شهادة ماجستير علوم في
الرياضيات/ الرياضيات البحتة

من قبل

سييل سعيد خليل حسن

بإشراف

أ.د. عبدالرحمن سلمان جمعه

المخلص

هدف من هذه الرسالة هو دراسة مفهوم التبعية التفاضلية للدوال التحليلية المعرفه على قرص الوحدة $U = \{z: z \in \mathbb{C}; |z| < 1\}$ في الفضاء العقدي و هنا عرضنا بعض الصفوف من الدوال أحادية التكافؤ ومتعددة التكافؤ المرتبطة مع موضوع التبعية التفاضلية. عدد من الخصائص الهندسيه تم الحصول عليها. شبه التبعية و الدوال ثنائيه التكافؤ تم اخذها بنظر الاعتبار في هذه الدراسه من خلال تقديم الصفوف الجزئيه $\mathcal{M}_{\Sigma}^q(\beta, \psi)$ و $\mathcal{N}_{\Sigma}^q(\theta, \lambda, \psi)$ لدوال ثنائيه التكافؤ الحصول علي المعاملات $|a_2|$ و $|a_3|$ متسلسله تايلور ماكلورين باستخدام مؤثر خطي و كذلك مع شبه التبعية, بالإضافة الى ذلك تم دراسه التبعية من الرتبة الثانيه و الثالثه للدوال متعدد التكافؤ والحصول علي صيفه الساندويج و بعض الخواص الهندسيه. للدوال فوق التبعية و في النهايه الخواص الهندسه مثل تخمين المعاملات و مبرهنه التشويه و النمو وانصاف ا قطار للدوال النجميه و المحدبه وكذلك النقاط المتطرفه للدوال التي تنتمي الي الصف $\mathcal{P}(t, \alpha)$ تم الحصول عليها.