UNIVERSITY OF MOSUL
COLLEGE OF COMPUTER SCIENCES
AND MATHEMATICS

A Study on Fuzzifying Tri-Topological Spaces with Application

Baraah Mhmood Sulaiman

Ph.D./Thesis

Mathematics/Pure

Supervised by

Prof. Dr. Tahir Hasan Ismail

2019 A.D. **1441 A.H.**

Abstract

The fuzzy set concept created a large area for the development of a large number of sciences, and the generalizing of many concepts in various disciplines. Among the sciences affected by this concept is "mathematics", Fuzzy mathematics emerged, which in turn paved the way for the emergence of two important branches, namely Fuzzy Topology, and fuzzifying Topology. The fuzzifying topology introduced by M.S. Ying is the focus of our thesis. Since the emergence of this type of topology in the 1990s, it has been studied in many spaces with their properties. In this thesis, we have studied the fuzzifying topology of tri spaces and investigated a number of properties of topological spaces. We defined the concepts of tri-α-open set, tri-α-neighborhood system, tri-α-derived set, tri-α-closure, tri-α-interior, tri-α-exterior, tri-α-boundary operators, tri-α-convergence of nets and tri-α- convergence of filters in fuzzifying tri-topological spaces and studied their properties, introduced the concepts of tri-α-continuous mappings, and tri-α-open mappings in fuzzifying tri-topological spaces with studied their properties, defined the concepts of $\alpha T_0^{(1,2,3)}$(Kolmogorov), $\alpha T_1^{(1,2,3)}$ (Fréchet), $\alpha T_2^{(1,2,3)}$ (Hausdorff), $\alpha \mathcal{R}^{(1,2,3)}$ (α-regular), $\alpha \mathcal{N}^{(1,2,3)}$ (α-normal), $\alpha R_0^{(1,2,3)}$, $\alpha R_1^{(1,2,3)}$ and $\alpha R_2^{(1,2,3)}$ separation axioms in fuzzifying tri-topological spaces and study some relations between them, defined tri-α-open sets in the subspaces of fuzzifying tri-topological spaces and studied some properties of these sets and introduced and studied the concepts of tri-α-compactness in fuzzifying tri-topological spaces, An application of fuzzy tri-topological spaces was added and studied.

جامعة الموصل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات

دراسة عن الفضاءات التبولوجية الثلاثية المُضبِبة مع التطبيق

براءة محمود سليمان

أطروحة دكتوراه
الرياضيات/البحتة

بإشراف
أ.د. طاهر حسن إسماعيل

١٤٤١ هـ ٢٠١٩ م

الملـخص العربي

أوجد مفهوم المجموعة الضبابية مساحة واسعة لتطوير عدد كبير من العلوم وتعميم الكثير من المفاهيم في مختلف الاختصاصات. ومن ضمن العلوم التي تأثرت بهذا المفهوم "الرياضيات"، فظهرت الرياضيات الضبابية، والتي بدورها مهدت لظهور فرعين مهمين من التبولوجيا وهي التبولوجيا الضبابية والتبولوجيا المُضبِبة. التبولوجيا المُضبِبة والتي قدمت من قبل Mingsheng Ying هي مجال محور اهتمامنا في هذه الاطروحة. منذ ظهور هذا النوع من التبولوجيا في تسعينيات القرن الماضي، تم دراستها في العديد من الفضاءات مع خواصها. في هذه الاطروحة درسنا التبولوجيا المُضبِبة في الفضاءات الثلاثية واستقصينا فيها عدد من خواص الفضاءات التبولوجية. فقد تم تقديم ودراسة مفاهيم مجموعة–α المفتوحة الثلاثية ومجموعة جوار–α الثلاثية ومجموعة مشتقة–α الثلاثية ومجموعة انغلاق–α الثلاثية ومجموعة داخلية–α الثلاثية ومجموعة خارجية–α الثلاثية ومجموعة حدودية–α الثلاثية، وتقارب–α الثلاثي للشبكات وتقارب–α الثلاثي للمرشحات في التبولوجيا الثلاثية المُضبِبة. ثم قدمنا ودرسنا تطبيقات–α الثلاثية المستمرة وتطبيقات–α الثلاثية المفتوحة في الفضاءات التبولوجية الثلاثية المُضبِبة. كما قمنا بتقديم ودراسة مفاهيم بديهيات الفصل (Kolmogorov), $\alpha T_0^{(1,2,3)}$ $\alpha T_1^{(1,2,3)}$(Fréchet), $\alpha T_2^{(1,2,3)}$(Hausdorff), $\alpha\mathcal{R}^{(1,2,3)}$($\alpha$-regular), $\alpha\mathcal{N}^{(1,2,3)}$($\alpha$-normal), $\alpha R_0^{(1,2,3)}$, $\alpha R_1^{(1,2,3)}$ and $\alpha R_2^{(1,2,3)}$ ودراسة بعض العلاقات بينها في الفضاءات التبولوجية الثلاثية المُضبِبة. ثم عرّفنا مجموعات–α المفتوحة الثلاثية في الفضاءات الجزئية لفضاءات التبولوجيا الثلاثية المُضبِبة، كما قمنا بدراسة بعض خصائص هذه المجموعات. وتم دراسة مفهوم تراص–α الثلاثي في الفضاءات التبولوجية الثلاثية المُضبِبة. ثم درسنا الفضاءات التبولوجية الثلاثية الضبابية مع التطبيق، بعدها أضفنا عدد من الاستنتاجات والتوصيات.