UNIVERSITY OF MOSUL
COLLEGE OF COMPUTER SCIENCES
AND MATHEMATICS

The Unit Regular Clean Rings

Israa Thanoon Younis

M.Sc. Thesis

Mathematics/Pure

Supervised by

Professor

Dr. Nazar Hamdoon Shuker

2020 A.D. **1441 A.H.**

ABSTRACT

A ring R is called a clean ring if each element of R can be written as the sum of a unit and idempotent element .

In this thesis we introduce the notion of ur-clean ring ,that is the ring R in which every element of R can be written as the sum of a unit regular and an idempotent element. We give some of its basic properties and its connection with other rings.

The following are some of the main results we obtained:

1-Let R is abelian ur-clean ring and $2 \in U(R)$, then every element of R can be written as the sum of idempotent and two units.

2-Let R be a ring with, every a in R there exists b in R such that, a+b is unit and a.b=0 ,then R is reduced ur-clean ring.

3-Let R be an abelian ring with every a$\in R$ there exists $e \in Id(R)$ such that, $r(a) = eR$ and every non-zero divisor is unit, then R is ur-clean.

4-Let K= $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ is any matrix in M_2(R),where R is real number then K is ur-clean matrix if and only if , c=d=1 or c=d=0 or c=0,d=1 and a $\neq \mp$b.

5-Let R be a ring with no nontrivial idempotent" and let $0 \neq a \in R$ beur-clean element .Then for any b$\in R$,A = $\begin{bmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ is ur-clean matrix in M_2(R) .

ألمستخلص

يقال للحلقة R بأنها نقية (clean) اذا كان كل عنصرفي الحلقة R يمكن كتابته على شكل حاصل جمع عنصرموائم (unit) مع عنصر متحايد (Idempotent).

في هذه الرسالة قدمنا تعريفا جديدا للحلقة المنتظمة الموائمة النقية (unit regular clean) وهي الحلقة التي يكون كل عنصر فيها يمكن كتابته على شكل حاصل جمع عنصر متحايد (idempotent) مع عنصر منتظم موائم (unit regular) واعطينا عددا من خواصها الاساسية وعلاقتها مع الحلقات الاخرى

ومن اهم النتائج التي حصلنا عليها :

1-اذا كانت R هي حلقة ابيلية منتظمة موائمة نقية و2 هو عنصر له معكوس فان كل عنصر في R يمكن كتابته بشكل حاصل جمع عنصر متساوي القوى مع عنصرين ذوي معكوس.

2-اذا كانت R هي حلقة فيها لكل عنصر a ينتمي اليها يوجد عنصر b بحيث ان a+b له معكوس و a.b=0 ,اذن R هي حلقة مختزلة منتظمة موائمة نقية.

3-اذا كانت R هي حلقة ابيلية فيها لكل عنصر a يوجد عنصر متساوي القوى e بحيث ان r(a)=eR وكل عنصر ليس من قواسم الصفر له معكوس اذن R هي حلقة منتظمة موائمة نقية.

4-اذا كانت $K=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ هي اي مصفوفة من السعة 2*2 في حقل الاعداد الحقيقية R اذن K تكون مصفوفة منتظمة موائمة نقية اذا وفقط اذا كان$\pm b$ c=d=1,c=d=0,c=0,d=1 $a\neq$.

5- لتكن R حلقة فيها العناصر متساوية القوى هي 0 و1 ولتكن $a\neq 0$ في R هو عنصر منتظم موائم نقي اذن لكل عنصر b في R $\begin{bmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ هي مصفوفة منتظمة موائمة نقية.

جامعة الموصل
كلية علوم الحاسوب والرياضيات
قسم الرياضيات

الحلقات المنتظمة الموائمة النقية

إسراء ذنون يونس

رسالة ماجستير
الرياضيات / البحتة

بإشراف

أ.د. نزار حمدون شكر

1441هـ 2020 م